Klausur Gk Ph 11

Aufgabe 1

a) Aus welcher Höhe muß ein Körper frei fallen, damit er mit der Geschwindigkeit $v = 180\ \frac{\text{km}}{\text{h}}$ auf den Boden aufschlägt ?

b) Wie lange dauert der freie Fall des Körpers ?

Aufgabe 2

Ein Fahrzeug der Masse $m = 2{,}5\ \text{t}$ rollt eine schiefe Ebene herab, die gegen die Horizontale den Winkel $\alpha = 20\,°$ hat.

a) Berechne die Gewichtskraft des Fahrzeugs.

b) Mit welcher Kraft wird das Fahrzeug beschleunigt ?

c) Das Fahrzeug beschleunigt aus dem Stand heraus.
Nach welcher Zeit hat es die Geschwindigkeit $108\ \frac{\text{km}}{\text{h}}$ erreicht ?

d) Welchen Weg s hat es zu dieser Zeit zurückgelegt ?

e) Nach der Strecke s geht die schiefe Ebene in eine waagerechte Fahrbahn über. Das Fahrzeug behält noch $5\ \text{s}$ lang seine Endgeschwindigkeit von $108\ \frac{\text{km}}{\text{h}}$ bei und bremst dann mit der Bremsbeschleunigung $a_B = 2{,}8\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ ab.

e1) Wie lange dauert der Bremsvorgang ?

e2) Welchen Weg s_{waag} hat das Fahrzeug auf der waagerechten Fahrbahn zurückgelegt ?

Aufgabe 3

Leiten Sie die Gleichung für die Bahnkurve des waagerechten Wurfes her. Ergänzen Sie die Darstellung ihrer mathematischen Überlegungen durch begründenden Text.

Aufgabe 4

Mit einer Spielzeugpistole wird ein Geschoß horizontal abgeschossen. Die Pistole befindet sich dabei $1{,}05\ \text{m}$ über dem Boden. Das Geschoß trifft in der Entfernung $s_{max} = 5{,}20\ \text{m}$ auf den Boden.

a) Berechnen Sie die Anfangsgeschwindigkeit v_0 des Geschosses.

b) Berechnen Sie den Betrag der Aufprallgeschwindigkeit.

c) Berechnen Sie den Aufprallwinkel α.
(Der Aufprallwinkel soll gegen die Horizontale gemessen werden und kleiner als $90\,°$ sein.)

Aufgabe 5

Ein Junge steht am Rande eines Steilufers, das sich $25\,\text{m}$ über die Wasseroberfläche des Meeres ergebt. Er wirft unter einem Winkel $\alpha = 30°$ (gegen die Horizontale gemessen einen Stein mit der Geschwindigkeit $v_0 = 18\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$ schräg nach oben zum Meer hin ab. (

(Die Luftreibung und die Körpergröße des Jungen sollen bei der Bearbeitung dieser Aufgabe nicht berücksichtigt werden.)

a) Wie weit ist der Stein geflogen, wenn er sich wieder in der Abwurfhöhe $h_A = 25\,\text{m}$ über dem Meer befindet ?

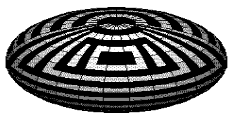
b) Berechne die Steigzeit t_{Steig}, die der Stein benötigt, um den höchsten Punkt H seiner Flugbahn zu erreichen.

c) Bestimme die maximale Höhe h_{max}, die der Stein über der Wasseroberfläche des Meeres erreicht.

d) Berechne die Zeit t_{Fall}, die der Stein benötigt, um vom höchsten Punkt seiner Bahn bis ins Wasser zu fallen.

e) Berechne die Wurfdauer t_{ges}.

f) Berechne die Wurfweite W



L ö s u n g e n

1a) $v = g \cdot t \quad \Leftrightarrow \quad t = \frac{v}{g} = \frac{180 \frac{m}{s}}{3{,}6 \cdot 9{,}81 \frac{m}{s^2}} = 5{,}09684\ s \approx 5{,}1\ s$

Die Fallzeit beträgt $\underline{\underline{t = 5{,}1\ s}}$.

1b) $s = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 = \frac{1}{2} \cdot 9{,}81 \frac{m}{s^2} \cdot (5{,}09684 \frac{m}{s})^2 = 127{,}421\ m$

Der Körper fällt aus einer Höhe von $\underline{\underline{s = 127{,}421\ m}}$.

2a) $F_G = m \cdot g = 2500\ kg \cdot 9{,}81 \frac{m}{s^2} = 24525\ N$

Die Gewichtskraft des Fahrzeugs beträgt $\underline{\underline{F_G = 24525\ N}}$.

2b) $F_B = F_G \cdot \sin 20° = 24525\ N \cdot \sin 20° = 8388{,}044\ N$

Das Fahrzeug wird mit der Kraft $\underline{\underline{F_B = 8388{,}044\ N}}$ beschleunigt.

2c) $F_B = m \cdot a \quad \Leftrightarrow \quad a = \frac{F_B}{m} = \frac{8388{,}044\ N}{2500\ kg} = 3{,}3552176 \frac{m}{s^2}$

$v = a \cdot t \quad \Leftrightarrow \quad t = \frac{v}{a}$ mit $v = \frac{180}{3{,}6} \frac{m}{s} = 30 \frac{m}{s}$ folgt:

$t = \frac{30 \frac{m}{s}}{3{,}3552176 \frac{m}{s^2}} = 8{,}9412979\ s \approx 8{,}941\ s$

Das Fahrzeit hat nach der Zeit $\underline{\underline{t = 8{,}941\ s}}$ seine Endgeschwindigkeit von $108 \frac{km}{h}$ erreicht.

2d) $s = \frac{1}{2} a \cdot t^2 = \frac{1}{2} \cdot 3{,}355 \frac{m}{s^2} \cdot (8{,}941\ s)^2 = 134{,}102\ m$

Das Fahrzeug legt die Strecke $\underline{\underline{s = 134{,}102\ m}}$ zurück.

2e1) $v = a_B \cdot t_B \quad \Leftrightarrow \quad t_B = \frac{v}{a_B} = \frac{30 \frac{m}{s}}{2{,}8 \frac{m}{s^2}} = 10{,}714286\ s$

Der Bremsvorgang dauert $\underline{\underline{t_B = 10{,}714\ s}}$.

2e2) $s_{const} = v \cdot t_{const} = 30 \frac{m}{s} \cdot 5\ s = 150\ m$

$s_B = \frac{1}{2} \cdot a_B \cdot t_B^2 = \frac{1}{2} \cdot 2{,}8 \frac{m}{s^2} \cdot (10{,}714\ s)^2 = 160{,}714\ m$

$s_{w,ges} = s_{const} + s_b = 150\ m + 160{,}714\ m = 310{,}714\ m$

Das Fahrzeug legt auf der waagerechten Strecke insgesamt den Weg $\underline{\underline{s_{w,ges} = 310{,}714\ m}}$ zurück.

3) Die Bewegung des waagerechten Wurfes läßt sich in zwei Teilbewegungen zerlegen.
Die erste Teilbewegung ist eine geradlinige, waagerechte Bewegung mit der konstanten Anfangsgeschwindigkeit v_0 in x-Richtung.
Das Weg-Zeit-Gesetz für diese Bewegung lautet: $x = v_0 \cdot t$
Die zweite Teilbewegung ist eine geradlinige Bewegung mit der konstanten Beschleunigung $g = 9{,}81 \frac{m}{s^2}$ nach unten in y-Richtung. (Freier Fall)
Das Weg-Zeit-Gesetz für diese Bewegung lautet: $y = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2$
Löst man das Weg-Zeit-Gesetz für die Bewegung in x-Richtung nach t auf, so erhält man: $t = \frac{x}{v_0}$. Einsetzen in das Weg-Zeit-Gesetz für den freien Fall ergibt: $y = \frac{1}{2} \cdot g \cdot \frac{x^2}{v_0^2} \quad \Leftrightarrow \quad y = \frac{g}{2\,v_0^2} \cdot x^2$
Die Gleichung für die Bahnkurve des waagerechten Wurfes lautet:

$$\underline{\underline{y = \frac{g}{2\,v_0^2} \cdot x^2.}}$$

4a) $y = \frac{g}{2\,v_0^2} \cdot x^2 \quad \Leftrightarrow \quad v_0^2 = \frac{g}{2\,y} \cdot x^2 \quad \Leftrightarrow \quad v_0 = \sqrt{\frac{g}{2\,y}} \cdot x$

$$v_0 = \sqrt{\frac{9{,}81 \frac{m}{s^2}}{2 \cdot 1{,}05\text{ m}}} \cdot 5{,}2\text{ m} = 11{,}239 \frac{m}{s}$$

Die Anfangsgeschwindigkeit des Geschosses beträgt $\underline{\underline{v_0 = 11{,}239 \frac{m}{s}}}$.

4b) Die Aufprallgeschwindigkeit $\vec{v}_{ges}$ des Geschosses ist die Vektorsumme der Anfangsgeschwindigkeit $\vec{v}_0$ und der Geschwindigkeit $\vec{v}_s$, die durch den freien Fall verursacht wird.

<u>Berechnung von v_F</u>

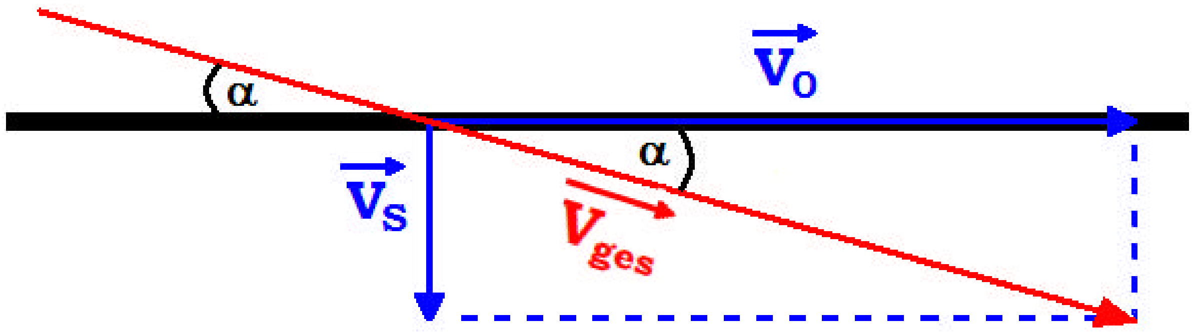
$$s = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 \quad \Leftrightarrow \quad t = \sqrt{\frac{2\,s}{g}} \quad (*)$$

$v_s = g \cdot t$ Durch Einsetzen von (*) erhält man:

$$v_s = g \cdot \sqrt{\frac{2\,s}{g}} = \sqrt{2\,g\,s} = \sqrt{2 \cdot 9{,}81 \frac{m}{s^2} \cdot 1{,}05\text{ m}} = 4{,}539 \frac{m}{s}$$

Fortsetzung von Aufgabe 4b

S k i z z e



Nach dem Satz des Pythagoras gilt: $v_{ges}^2 = v_0^2 + v_s^2 \quad \Leftrightarrow$

$$v_{ges} = \sqrt{v_0^2 + v_s^2} = \sqrt{\left(11{,}239\ \frac{m}{s}\right)^2 + \left(4{,}539\ \frac{m}{s}\right)^2} = 11{,}121\ \frac{m}{s}$$

Das Geschoß prallt mit der Geschwindigkeit $\underline{\underline{v_{ges} = 11{,}121\ \frac{m}{s}}}$ auf den Boden.

4c) Der Skizze entnimmt man: $\tan\alpha = \frac{v_s}{v_0} = 4{,}539\ \frac{m}{s} = 0{,}404 \quad \Rightarrow$

$\alpha = \arctan 0{,}404 = 21{,}99\,° \approx 22\,°$

Der Aufprallwinkel des Geschosses beträgt $\underline{\underline{\alpha = 22\,°}}$.

5a) Die Gleichung für den schiefen Wurf nach oben mit der Anfangshöhe h_A lautet: $y = h_A + x\tan\alpha - \frac{g}{2\,v_0^2\cos^2\alpha}\,x^2$

Hat der Stein wieder seine Anfangshöhe h_A erreicht, so gilt: $y = h_A \quad \Rightarrow$

$$h_A + x\tan\alpha - \frac{g}{2\,v_0^2}\,x^2 = h_A \quad \Leftrightarrow \quad x\tan\alpha - \frac{g}{2\,v_0^2}\,x^2 = 0$$

Diese Gleichung ist für den Anfangswert x = 0 erfüllt.
Die zweite Lösung erhält man, indem man diese Gleichung durch x dividiert.

$$\tan\alpha - \frac{g}{2\,v_0^2\cos^2\alpha}\,x = 0 \quad \Leftrightarrow \quad x = \frac{2\,v_0^2\cos^2\alpha\ \tan\alpha}{g}$$

$$x = \frac{2\cdot\left(18\ \frac{m}{s}\right)^2\cdot\frac{3}{4}\cdot\frac{1}{3}\cdot\sqrt{3}}{9{,}81\ \frac{m}{s^2}} = 28{,}603\ m$$

Wenn der Stein wieder seine Abwurfhöhe erreicht hat, ist er die Strecke $\underline{\underline{x = 28{,}603\ m}}$ weit geflogen.

5b) $x_H = \frac{1}{2}\,x = \frac{1}{2} \cdot 28{,}603\text{ m} \approx 14{,}302\text{ m}$

$x_H = v_x \cdot t_{Steig} = v_0 \cdot t_{Steig} \cdot \cos\alpha \quad \Leftrightarrow$

$t_{Steig} = \frac{x_H}{v_0 \cdot \cos\alpha}\,x_H = \frac{14{,}302\text{ m}}{18\,\frac{m}{s} \cdot \cos 30\,°} = \frac{14{,}302\text{ m}}{18\,\frac{m}{s} \cdot \frac{1}{2} \cdot \sqrt{3}} = 0{,}917\text{ s}$

Die Steigzeit beträgt $\underline{\underline{t_{Steig} = 0{,}917\text{ s}}}$.

5c) $h_{max} = v_y \cdot t_{Steig} - \frac{1}{2} \cdot g \cdot t_{Steig}^2 + h_A$

$h_{max} = v_0 \cdot t_{Steig} \cdot \sin\alpha - \frac{1}{2} \cdot g \cdot t_{Steig}^2 + h_A$

$h_{max} = 18\,\frac{m}{s} \cdot 0{,}917\text{ s} - \frac{1}{2} \cdot 9{,}81\,\frac{m}{s^2} \cdot (0{,}917\text{ s})^2 + 25\text{ m} = 37{,}381\text{ m}$

Die maximale Höhe des Steins über dem Wasser beträgt $\underline{\underline{h_{max} = 37{,}381\text{ m}}}$.

5d) $h_{max} = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t_{Fall}^2 \quad \Leftrightarrow \quad t_{Fall} = \sqrt{\frac{2 \cdot h_{max}}{g}} \quad \Rightarrow$

$t_{Fall} = \sqrt{\frac{2 \cdot 37{,}381\text{ m}}{9{,}81\,\frac{m}{s^2}}} \quad \Leftrightarrow \quad t_{Fall} = 2{,}761\text{ s}$

Um vom höchsten Punkt seiner Bahn aus ins Wasser zu fallen, benötigt der Stein die Zeit $\underline{\underline{t_{Fall} = 2{,}761\text{ s}}}$.

5e) $t_{ges} = t_{Steig} + t_{Fall} = 0{,}917\text{ s} + 2{,}761\text{ s} = 3{,}678\text{ s}$

Die gesamte Wurfdauer beträgt $\underline{\underline{t_{ges} = 3{,}678\text{ s}}}$.

5f) $W = v_x \cdot t_{ges} = v_0 \cdot t_{ges} \cdot \cos\alpha = 18\,\frac{m}{s} \cdot 3{,}678\text{ s} \cdot \cos 30\,° = 57{,}334\text{ m}$

Die Wurfweite beträgt $\underline{\underline{W = 57{,}334\text{ m}}}$.