

Ü b u n g s a r b e i t

Aufgabe 1

Berechne die folgenden Terme.

a) $\frac{(4j + 3k)^n - (8n + 3\frac{1}{2}k^2)^j}{kn + 6jk^2n^3}$ für $k = -5, j = 2, n = 3$

b) $\frac{0,2u + 17,4 - (3z)^2 + 2^x(y - 5)}{-5x^u - 8 + \frac{2}{3}x^2yz^y + 1}$ für $u = 2, x = 4, y = 3, z = -4$

Gib das Ergebnis zunächst als Bruch und dann als Dezimalzahl mit einer Genauigkeit von drei Stellen nach dem Komma an.

Aufgabe 2

Klammere so viel wie möglich aus.

a) $15x^3yz + 6x^2y^2 - 12x^3y^2$

b) $14u^2va^4b^3c - 56a^7b^5c - 7a^4b^3c^3 + 21a^6b^6cv^2$

c) $84x^4y^{12} - 60x^3y^5 + 24x^3y^6z - 48x^4y^5 + 72x^3y^8$

d) $40g^3hp^2 + 44g^3h^2pq - 68g^2h^2p^2q$

Aufgabe 3

Die Außenmaße der Bodenfläche einer quaderförmigen Holzkiste sind: Länge a und Breite b . Das Bodenbrett der Kiste ist doppelt so dick wie die anderen 5 Bretter, die alle die Dicke d haben.

- a) Bestimme einen Term für das Volumen des Holzes, aus dem die Kiste gebaut wurde.
- b) Welches Holzvolumen wurde für den Bau der Kiste benötigt, wenn sie die Außenmaße $a = 45$ cm, $b = 38$ cm und $c = 35$ cm hat und das Bodenbrett 4 cm dick ist? Gib das Ergebnis in der Einheit dm^3 an.

Aufgabe 4

- a) Welchen Term erhält man, wenn man die Summe zweier Zahlen 4 mal mit sich selbst multipliziert, dann das Quadrat ihrer Differenz subtrahiert und das Ergebnis durch das um 18 verminderte 6-fache ihres Produktes dividiert.
Bezeichne die beiden Zahlen mit x und y .
- b) Berechne den Term für die Zahlen $x = -5$ und $y = 7$.
Gib das Ergebnis als Bruch an.



Aufgabe 5

Multipliziere die folgenden Klammern aus und vereinfache, wenn es möglich ist.

a) $(3x + 4y - 3z)(x - 3y + 4z)$

b) $(4a + 2b)(3a - 5b) - (a - 3b)(b - 8a)$

c) $(9u^2 - 4v^3)(6u^3 + 2v) + (v^3 - 2u^2)(8v + 7u^3)$

d) $4z^2(2,5x - 3y) - (3,5x - 4y)(3z - 8z^2)$

e) $(x + y)^2 - (x - y)^2 + (x + y)(x - y)$

f) $(a + b)^4$

g) $(3x + 2y)^2(3x - 2y)^2$

h) $(\frac{1}{2}x^2y^3 - \frac{1}{4}x^3y^2)(\frac{1}{2}xy + \frac{3}{8}x^2y^2) + 4x^2y(\frac{1}{2}xy^3 - \frac{3}{4}x^2y^4 + 2x^2y^2 - \frac{1}{4}x^3y^3)$

i) $(\frac{2}{3}u - 1\frac{1}{6}v)(2\frac{5}{6}u + 3\frac{1}{3}v) - (\frac{1}{3}u - \frac{2}{3}v)(\frac{1}{3}u + \frac{2}{3}v) + v(\frac{1}{2}u - v)2u$

j) $(13x + 4y)^2 - (25x + 6y)^2 + (16y - 3x)^2 - (14x + 8y)^2$

Aufgabe 6

Stelle die folgenden Terme als binomische Formel dar.

a) $9x^2 + 24x + 16$

b) $4p^2 - 32pq + 64q^2$

c) $49m^2 - 36n^2$

d) $16x^2y^4 - 4z^2$

e) $\frac{1}{4}x^2 + \frac{1}{4}xy + \frac{1}{16}y^2$

f) $x^2 + 5x + 6\frac{1}{4}$

g) $25a^2b^2 - 90ab + 81$

h) $49u^2 - 154uv + 121v^2$



L ö s u n g e n

Aufgabe 1

$$\begin{aligned} \text{a) } \frac{(4j + 3k)^n - (8n + 3\frac{1}{2}k^2)^j}{kn + 6jk^2n^3} &= \frac{\{4 \cdot 2 + 3 \cdot (-5)\}^3 - \{8 \cdot 3 + 3\frac{1}{2} \cdot (-5)^2\}^2}{-5 \cdot 3 + 6 \cdot 2 \cdot (-5)^2 \cdot 3^3} = \\ \frac{\{8 - 15\}^3 - \{24 + 3\frac{1}{2} \cdot 25\}^2}{-15 + 12 \cdot 25 \cdot 27} &= \frac{\{-7\}^3 - \{24 + 87\frac{1}{2}\}^2}{-15 + 300 \cdot 27} = \\ \frac{-343 - 111,5^2}{-15 + 1800} &= \frac{-343 - 12432,25}{8085} = \\ \frac{-12779,25}{8085} &= -\frac{1277925}{808500} = \\ -1 \frac{469425}{808500} &= -1 \frac{569}{980} \approx \\ \underline{\underline{-1,581}} & \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } \frac{0,2u + 17,4 - (3z)^2 + 2^x(y-5)}{-5x^u - 8 + \frac{2}{3}x^2yz^y + 1} &= \frac{0,2 \cdot 2 + 17,4 - \{3 \cdot (-4)\}^2 + 2^4 \cdot (3-5)}{-5 \cdot 4^2 - 8 + \frac{2}{3} \cdot 4^2 \cdot 3 \cdot (-4)^3 + 1} = \\ \frac{0,4 + 17,4 - \{-12\}^2 + 16 \cdot (-2)}{-5 \cdot 16 - 8 + \frac{2}{3} \cdot 16 \cdot 3 \cdot (-64) + 1} &= \frac{17,8 - 144 - 32}{-80 - 8 + 32 \cdot (64) + 1} = \\ \frac{17,8 - 176}{-88 - 2048 + 1} &= \frac{-158,2}{-2135} = \\ \frac{1582}{21350} &= \frac{113}{1525} \approx \\ \underline{\underline{0,071}} & \end{aligned}$$

Aufgabe 2

$$\text{a) } 15x^3yz + 6x^2y^2 - 12x^3y^2 = \underline{\underline{3x^2y(5xz + 2y - 4xy)}}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } 14u^2va^4b^3c - 56a^7b^5c - 7a^4b^3c^3 + 21a^6b^6cv^2 &= \\ \underline{\underline{7a^4b^3c(2u^2v - 8a^3b^2 - c^2 + 3a^2b^3v^2)}} & \end{aligned}$$



$$\text{c) } 84 x^4 y^{12} - 60 x^3 y^5 + 24 x^3 y^6 z - 48 x^4 y^5 + 72 x^3 y^8 = \\ \underline{\underline{12 x^3 y^5 (7 x y^7 - 5 + 2 y z - 4 x + 6 y^3)}}$$

$$\text{d) } 40 g^3 h p^2 + 44 g^3 h^2 p q - 68 g^2 h^2 p^2 q = \underline{\underline{4 g^2 h p (10 g p + 11 g h q - 17 h p q)}}$$

Aufgabe 3

$$\text{a) } V_{\text{Holz}} = V_{\text{außen}} - V_{\text{innen}} = \underline{\underline{a b c - (a - 2 d) (b - 2 d) (c - 3 d)}}$$

b) Da das Bodenbrett doppelt so dick ist wie die anderen 5 Bretter der Dicke d , hat es die Dicke $2 d = 4 \text{ cm}$. also gilt: $d = 2 \text{ cm}$

$$V_{\text{Holz}} = 45 \text{ cm} \cdot 38 \text{ cm} \cdot 35 \text{ cm} - (45 \text{ cm} - 4 \text{ cm}) (38 \text{ cm} - 4 \text{ cm}) (35 \text{ cm} - 6 \text{ cm}) = \\ = 59850 \text{ cm}^3 - 41 \text{ cm} \cdot 34 \text{ cm} \cdot 29 \text{ cm} = 59850 \text{ cm}^3 - 40426 \text{ cm}^3 = 19424 \text{ cm}^3 \\ = 19,424 \text{ dm}^3$$

Zum Bau der Kiste benötigt man 19,424 dm³ Holz.

Aufgabe 4

$$\text{a) } \text{Der Term lautet: } \underline{\underline{\frac{(x + y)^4 - (x - y)^2}{6 x y - 18}}}$$

$$\text{b) } \frac{(-5 + 7)^4 - (-5 - 7)^2}{6 \cdot (-5) \cdot 7 - 18} = \frac{2^4 - 12^2}{-210 - 18} = \frac{16 - 144}{-228} = -\frac{128}{228} = \underline{\underline{-\frac{32}{57}}}$$

Aufgabe 5

$$\text{a) } (3 x + 4 y - 3 z) (x - 3 y + 4 z) =$$

$$3 x^2 - 9 x y + 12 x z + 4 x y - 12 y^2 + 16 y z - 2 x z + 6 y z - 8 z^2 =$$

$$\underline{\underline{3 x^2 - 5 x y + 10 x z - 12 y^2 + 22 y z - 8 z^2}}$$

$$\text{b) } (4 a + 2 b) (3 a - 5 b) - (a - 3 b) (b - 8 a) =$$

$$12 a^2 - 20 a b + 6 a b - 10 b^2 - (a b - 8 a^2 - 3 b^2 + 24 a b) =$$

$$12 a^2 - 14 a b - 10 b^2 - (-8 a^2 + 25 a b - 3 b^2) =$$

$$12 a^2 - 14 a b + 10 b^2 + 8 a^2 - 25 a b + 3 b^2 =$$

$$\underline{\underline{20 a^2 - 39 a b - 7 b^2}}$$



Fortsetzung von Aufgabe 5

$$\begin{aligned} \text{c) } & (9u^2 - 4v^3)(6u^3 + 2v) + (v^3 - 2u^2)(8v + 7u^3) = \\ & 54u^2 + 18u^2v - 24u^3v^3 - 8v^5 + 8v^4 + 7u^3v^3 - 16u^2v - 14u^2 = \\ & \underline{\underline{40u^5 + 2u^2v - 17u^3v^3}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{d) } & 4z^2(2,5x - 3y) - (3,5x - 4y)(3z - 8z^2) = \\ & 10xz^2 - 12yz^2 - (10,5xz - 28xz^2 - 12yz + 32yz^2) = \\ & 10xz^2 - 12yz^2 - 10,5xz + 28xz^2 + 12yz - 32yz^2 = \\ & \underline{\underline{38xz^2 - 44yz^2 - 10,5xz + 12yz}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{e) } & (x + y)^2 - (x - y)^2 + (x + y)(x - y) = \\ & x^2 + 2xy + y^2 - (x^2 - 2xy + y^2) + x^2 - y^2 = \\ & x^2 + 2xy + y^2 - x^2 + 2xy - y^2 + x^2 - y^2 = \\ & \underline{\underline{x^2 + 4xy - y^2}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{f) } & (a + b)^4 = (a + b)^2(a + b)^2 = (a^2 + 2ab + b^2)(a^2 + 2ab + b^2) = \\ & a^4 + 2a^3b + a^2b^2 + 2a^3b + 4a^2b^2 + 2ab^3 + a^2b^2 + 2ab^3 + b^4 = \\ & \underline{\underline{a^4 + 4a^3b + 6a^2b^2 + 4ab^3 + b^4}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{g) } & (3x + 2y)^2(3x - 2y)^2 = (3x + 2y)(3x - 2y)(3x + 2y)(3x - 2y) = \\ & (9x^2 - 4y^2)(9x^2 - 4x^2) = \underline{\underline{81x^4 - 72x^2y^2 + 16y^4}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{h) } & \left(\frac{1}{2}x^2y^3 - \frac{1}{4}x^3y^2\right)\left(\frac{1}{2}xy + \frac{3}{8}x^2y^2\right) + 4x^2y\left(\frac{1}{2}xy^3 - \frac{3}{4}x^2y^4 + 2x^2y^2 - \frac{1}{4}x^3y^3\right) = \\ & \frac{1}{4}x^3y^4 + \frac{3}{16}x^4y^5 - \frac{1}{8}x^4y^3 - \frac{3}{32}x^5y^4 + 2x^3y^4 - 3x^4y^5 + 8x^4y^3 - x^5y^4 = \\ & \underline{\underline{2\frac{1}{4}x^3y^4 - 2\frac{13}{16}x^4y^5 - 7\frac{7}{8}x^4y^3 - 1\frac{3}{32}x^5y^4}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{i) } & \left(\frac{2}{3}u - 1\frac{1}{6}v\right)\left(2\frac{5}{6}u + 3\frac{1}{3}v\right) - \left(\frac{1}{3}u - \frac{2}{3}v\right)\left(\frac{1}{3}u + \frac{2}{3}v\right) + v\left(\frac{1}{2}u - v\right)2u = \\ & \left(\frac{2}{3}u - \frac{7}{6}v\right)\left(\frac{17}{6}u + \frac{10}{3}v\right) - \left(\frac{1}{9}u^2 - \frac{4}{9}v^2\right) + u^2v - 2uv^2 = \end{aligned}$$



Fortsetzung von Aufgabe 5i)

$$\frac{17}{9} u^2 + \frac{20}{9} u v - \frac{119}{36} u v - \frac{35}{9} v^2 - \frac{1}{9} u^2 + \frac{4}{9} v^2 + u^2 v^2 - 2 u v^2 =$$

$$\frac{16}{9} u^2 - \frac{31}{9} v^2 + \frac{80}{36} u v - \frac{119}{36} u v + u^2 v - 2 u v^2 =$$

$$\underline{\underline{\frac{1}{9} u^2 - 3 \frac{4}{9} v^2 - 1 \frac{1}{12} u v + u^2 v - 2 u v^2}}$$

5 j) $(13 x + 4 y)^2 - (25 x + 6 y)^2 + (16 y - 3 x)^2 - (14 x + 8 y)^2 =$

$$169 x^2 + 104 x y + 16 y^2 - (625 x^2 + 300 x y + 36 y^2) + 256 y^2 - 96 x y + 9 x^2 - (196 x^2 + 224 x y + 64 y^2) =$$

$$196 x^2 + 104 x y + 16 y^2 - 625 x^2 - 300 x y - 36 y^2 + 256 y^2 - 96 x y + 9 x^2 - 196 x^2 - 224 x y - 64 y^2 =$$

$$\underline{\underline{-643 x^2 - 516 x y + 172 y^2}}$$

Aufgabe 6

a) $9 x^2 + 24 x + 16 = \underline{\underline{(3 x + 4)^2}}$

b) $4 p^2 - 32 p q + 64 q^2 = \underline{\underline{(2 p - 8 q)^2}}$

c) $49 m^2 - 36 n^2 = \underline{\underline{(7 m + 6 n)(7 m - 6 n)}}$

d) $16 x^2 y^4 - 4 z^2 = \underline{\underline{(4 x y^2 + 2 z)(4 x y^2 - 2 z)}}$

e) $\frac{1}{4} x^2 + \frac{1}{4} x y + \frac{1}{16} y^2 = \underline{\underline{(\frac{1}{2} x + \frac{1}{4} y)^2}}$

f) $x^2 + 5 x + 6 \frac{1}{4} = \underline{\underline{(x + 2 \frac{1}{2})^2}}$

g) $25 a^2 b^2 - 90 a b + 81 = \underline{\underline{(5 a b - 9)^2}}$

h) $49 u^2 - 154 u v + 121 v^2 = \underline{\underline{(7 u - 11 v)^2}}$

