

Aufgabe zum Thema Regressionsgerade

Gegeben sind die Körpergröße x (in cm) und das Gewicht y (in kg) von 10 Personen.

Nr.	Größe	Gewicht	Nr.	Größe	Gewicht
1	155 cm	47 kg	6	167 cm	54 kg
2	157 cm	47 kg	7	168 cm	58 kg
3	159 cm	50 kg	8	170 cm	53 kg
4	163 cm	55 kg	9	172 cm	61 kg
5	164 cm	52 kg	10	176 cm	65 kg

Berechnen Sie für die gegebenen Daten (x/y -Wertepaare) die Regressionsgerade, und tragen Sie die Wertepaare zusammen mit der Regressionsgeraden in ein Koordinatensystem ein.

L ö s u n g

Es sei $n = 10$ und $i = 1, 2, \dots, n$

$$\begin{aligned}\bar{x} &= \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^n x_i = \frac{1}{10} (155 + 157 + 159 + 163 + 164 + 167 + 168 + 170 + 172 + 176) \\ &= \frac{1}{10} \cdot 1651 = 165,1\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\bar{y} &= \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^n y_i = \frac{1}{10} (47 + 47 + 50 + 55 + 52 + 54 + 58 + 53 + 61 + 65) \\ &= \frac{1}{10} \cdot 542 = 54,2\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\overline{s_{x,y}} &= \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x}) \cdot (y_i - \bar{y}) = \\ &= \frac{1}{10} \cdot [(155 - 165,1) \cdot (47 - 54,2) + (157 - 165,1) \cdot (47 - 54,2) + (159 - 165,1) \cdot (50 - 54,2) \\ &+ (163 - 165,1) \cdot (55 - 54,2) + (164 - 165,1) \cdot (52 - 54,2) + (167 - 165,1) \cdot (54 - 54,2) \\ &+ (168 - 165,1) \cdot (58 - 54,2) + (170 - 165,1) \cdot (53 - 54,2) + (172 - 165,1) \cdot (61 - 54,2) \\ &+ (176 - 165,1) \cdot (65 - 54,2)] = \\ &= \frac{1}{10} \cdot [(-10,1) \cdot (7,2) + (-8,1) \cdot (-7,2) + (-6,1) \cdot (-4,2) + (-2,1) \cdot 0,8 + (-1,1) \cdot (-2,2) \\ &+ 1,9 \cdot (-0,2) + 2,9 \cdot 3,8 + 4,9 \cdot (-1,2) + 6,9 \cdot 6,8 + 10,9 \cdot 10,8] = \\ &= \frac{1}{10} [72,72 + 58,32 + 25,62 - 1,68 + 2,42 - 0,38 + 11,02 - 5,88 + 46,92 + 117,72] = \\ &= \frac{1}{10} \cdot 326,8 = 32,68\end{aligned}$$



$$\begin{aligned} \overline{S_x^2} &= \frac{1}{10} \cdot \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 = \\ &= \frac{1}{10} [(155 - 165,1)^2 + (157 - 165,1)^2 + (159 - 165,1)^2 + (163 - 165,1)^2 \\ &+ (164 - 165,1)^2 + (167 - 165,1)^2 + (168 - 165,1)^2 + (170 - 165,1)^2 \\ &+ (172 - 165,1)^2 + (176 - 165,1)^2] = \\ &= \frac{1}{10} [(-10,1)^2 + (-8,1)^2 + (-6,1)^2 + (-2,1)^2 + (-1,1)^2 \\ &+ 1,9^2 + 2,9^2 + 4,9^2 + 6,9^2 + 10,9^2] = \\ &= \frac{1}{10} [102,01 + 65,61 + 37,21 + 4,41 + 1,21 + 3,16 + 8,41 + 24,01 + 47,61 + 118,81] = \\ &= \frac{1}{10} \cdot 412,45 = 41,245 \end{aligned}$$

Für die Steigung m der Regressionsgeraden gilt:

$$m = \frac{\overline{S_{x,y}}}{\overline{S_x^2}} = \frac{32,68}{41,245} = 0,7923385 \approx 0,792$$

Für den Abschnitt b auf der y-Achse erhält man:

$$b = \bar{y} - \frac{\overline{S_{x,y}}}{\overline{S_x^2}} \cdot \bar{x} = \bar{y} - m \bar{x} = 54,2 - 0,792 \cdot 165,1 = 54,2 - 130,7592 \approx -76,559$$

Die Regressionsgerade hat die Gleichung: $y = 0,792 x - 76,559$

