

Ü b u n g s a r b e i t

Aufgabe 1

Berechne die folgenden Terme für $x = 5$, $y = -2$, $z = 8$

a) $\frac{x^2 - 2xyz + 0,25z^2}{(xy + 2z)^2 - x - 18y}$ b) $\frac{z(2x - 4y^3) + 12x + \frac{1}{2}z}{-4xy - y^5}$

Aufgabe 2

Berechne und fasse zusammen

a) $(p - 5r) \cdot 3 + 4(2p + r) - 6r(4 - p) - 8r$
b) $a(2a + b) - (3b - 5a) \cdot (-b) - 4b(5a - 3) \cdot 2$
c) $\frac{1}{12}(48x - 60y) - \frac{2}{3}(36y - 42) + \frac{4}{7}(84 - 21x)$
d) $(0,75u - 1,25w + 0,25v) \cdot 8 - \frac{1}{6}(12u - 15v + 42w)$

Aufgabe 3

Berechne mit Hilfe der binomischen Formeln

a) $(4x - 7z)^2$ b) $(2j + 10k)^2$ c) $(-9 + 5m)^2$ d) $(\frac{1}{2}m + \frac{1}{4}n)^2$
e) $(0,4a - \frac{4}{5}b)^2 (\frac{2}{5}a + 0,8b)$ f) $(12x + 9y)(-9y + 12x)$

Aufgabe 4

Schreibe als binomische Formel mit Hilfe von Klammern

a) $x^2 - 18x + 81$ b) $16a^2 + 40ab + 25b^2$
c) $\frac{1}{100}u^2 - \frac{1}{25}uv + \frac{1}{25}v^2$ d) $196x^{12}y^8 - 144a^6b^4$

Aufgabe 5

Berechne und fasse zusammen

a) $(5s + 6g)^2 - (6g - 4s)^2 - (3s + 4g)(8g - 2s)$
b) $4(h - 2c)^2 - 5(3h - 4c)(3h + 4c) - 16c^2$
c) $2\frac{1}{2}(u - \frac{1}{2}v)^2 \cdot 4 + 20(v + \frac{1}{5}u) \cdot 5 + \frac{4}{17}u \cdot \frac{17}{4}v$
d) $\left[(16x^2 - 64y^2) : (4x + 8y) \right]^2 + 64xy - 60y^2$



Aufgabe 6

Durch ein großes quadratisches Feld der Seitenlänge y werden 4 Wege der Breite x gelegt, so dass 9 gleich große quadratische Grundstücke entstehen.

- a) Fertige eine Zeichnung an.
- b) Gib einen Term für den Flächeninhalt A_G für ein einzelnes dieser Grundstücke an.
- c) Berechne den Flächeninhalt A_G eines einzelnen Grundstückes, wenn das große quadratische Feld die Seitenlänge 170 m hat und die Wege alle 10 m breit sind.
- d) Berechne den Inhalt der Fläche $A_{4,W}$ die von den 4 Wegen bedeckt wird auf drei verschiedene Arten.
Erkläre die drei Lösungswege jeweils durch begründenden Text.

Hinweis: Versuche die Aufgaben dieser Übungsarbeit ohne Benutzung deines Taschenrechners zu lösen.



L ö s u n g e n

Aufgabe 1

$$\begin{aligned} \text{a) } \frac{x^2 - 2xyz + 0,25z^2}{(xy + 2z)^2 - x - 18y} &= \frac{5^2 - 2 \cdot 5 \cdot (-2) \cdot 8 + \frac{1}{4} \cdot 8^2}{[5 \cdot (-2) + 2 \cdot 8]^2 - 5 - 18 \cdot (-2)} = \\ \frac{25 + 160 + 16}{(-10 + 16)^2 - 5 + 36} &= \frac{201}{36 + 31} = \frac{201}{67} = \underline{\underline{3}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } \frac{z(2x - 4y^3) + 12x + \frac{1}{2}z}{-4xy - y^5} &= \frac{8 \cdot [2 \cdot (-2) - 4 \cdot (-2)^3] + 12 \cdot 5 + \frac{1}{2} \cdot 8}{-4 \cdot (-2) \cdot 5 - (-2)^5} = \\ \frac{8[-4 - 4 \cdot (-8)] + 60 + 4}{40 - (-32)} &= \frac{8[-4 + 32] + 64}{40 + 32} = \frac{8 \cdot 28 + 64}{72} = \\ \frac{224 + 64}{72} &= \frac{288}{72} = \underline{\underline{4}} \end{aligned}$$

Aufgabe 2

$$\begin{aligned} \text{a) } (p - 5r) \cdot 3 + 4(2p + r) - 6r(4 - p) - 8r &= \\ 3p - 15r + 8r + 4p - 24r + 6rp - 8r &= \underline{\underline{7p - 39r + 6rp}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } a(2a + b) - (3b - 5a) \cdot (-b) - 4b(5a - 3) \cdot 2 &= \\ 2a^2 + ab + 3b^2 + 5ab - 8b(5a - 3) &= \\ 2a^2 + ab + 3b^2 + 5ab - 40ab + 24b &= \underline{\underline{2a^2 - 32ab + 3b^2}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{c) } \frac{1}{12}(48x - 60y) - \frac{2}{3}(36y - 42) + \frac{4}{7}(84 - 21x) &= \\ 4x - 5y - 24y + 28 + 48 - 12x &= \underline{\underline{-8x - 29y + 76}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{d) } (0,75u - 1,25w + 0,25v) \cdot 8 - \frac{1}{6}(12u - 15v + 42w) &= \\ \frac{3}{4}u - \frac{5}{4}w + \frac{1}{4}v \cdot 8 - 2u + 3\frac{1}{2}v + 7w &= \\ 6u - 10w + 2v - 2u + 3\frac{1}{2}v + 7w &= \underline{\underline{4u - 3w + 5\frac{1}{2}v}} \end{aligned}$$



Aufgabe 3

$$\text{a) } (4x - 7z)^2 = \underline{\underline{16x^2 - 56xz + 49z^2}}$$

$$\text{b) } (2j + 10k)^2 = \underline{\underline{4j^2 + 40jk + 100k^2}}$$

$$\text{c) } (-9 + 5m)^2 = (5m - 9)^2 = \underline{\underline{25m^2 - 90m + 81}}$$

$$\text{d) } \left(\frac{1}{2}m + \frac{1}{4}n\right)^2 = \underline{\underline{\frac{1}{4}m^2 + \frac{1}{4}mn + \frac{1}{16}n^2}}$$

$$\text{e) } (0,4a - \frac{4}{5}b)^2 \left(\frac{2}{5}a + 0,8b\right) = \left(\frac{2}{5}a - \frac{4}{5}b\right)\left(\frac{2}{5}a + \frac{4}{5}b\right) = \underline{\underline{\frac{4}{25}a^2 - \frac{16}{25}b^2}}$$

$$\text{f) } (12x + 9y)(-9y + 12x) = (12x + 9y)(12x - 9y) = \underline{\underline{144x^2 - 81y^2}}$$

Aufgabe 4

$$\text{a) } (x^2 - 18x + 81)^2 = \underline{\underline{(x - 9)^2}}$$

$$\text{b) } 16a^2 + 40ab + 25b^2 = \underline{\underline{(4a + 5b)^2}}$$

$$\text{c) } \frac{1}{100}u^2 - \frac{1}{25}uv + \frac{1}{25}v^2 = \underline{\underline{\left(\frac{1}{10}u + \frac{1}{5}v\right)^2}}$$

$$\text{d) } 196x^{12}y^8 - 144a^6b^4 = \underline{\underline{\left(14x^6y^4 + 12a^3b^2\right) \cdot \left(14x^6y^4 - 12a^3b^2\right)}}$$

Aufgabe 5

$$\begin{aligned} \text{a) } (5s + 6g)^2 - (6g - 4s)^2 - (3s + 4g)(8g - 2s) &= \\ 25s^2 + 60gs + 36g^2 - (36g^2 - 46gs + 16s^2) - (24gs + 32g^2 - 6s^2 - 8gs) &= \\ 25s^2 + 60gs + 36g^2 - 36g^2 + 48gs - 16s^2 - 24gs - 32g^2 + 6s^2 + 8gs &= \\ \underline{\underline{-32g^2 + 92gs + 15s^2}} & \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } 4(h - 2c)^2 - 5(3h - 4c)(3h + 4c) - 16c^2 &= \\ 4(16h^2 - 16ch + 4c^2) - 5(9h^2 - 16c^2) - 16c^2 &= \\ 64h^2 - 64ch + 16c^2 - 45h^2 + 80c^2 - 16c^2 &= \\ \underline{\underline{80c^2 - 64ch + 19h^2}} & \end{aligned}$$



Fortsetzung von Aufgabe 5

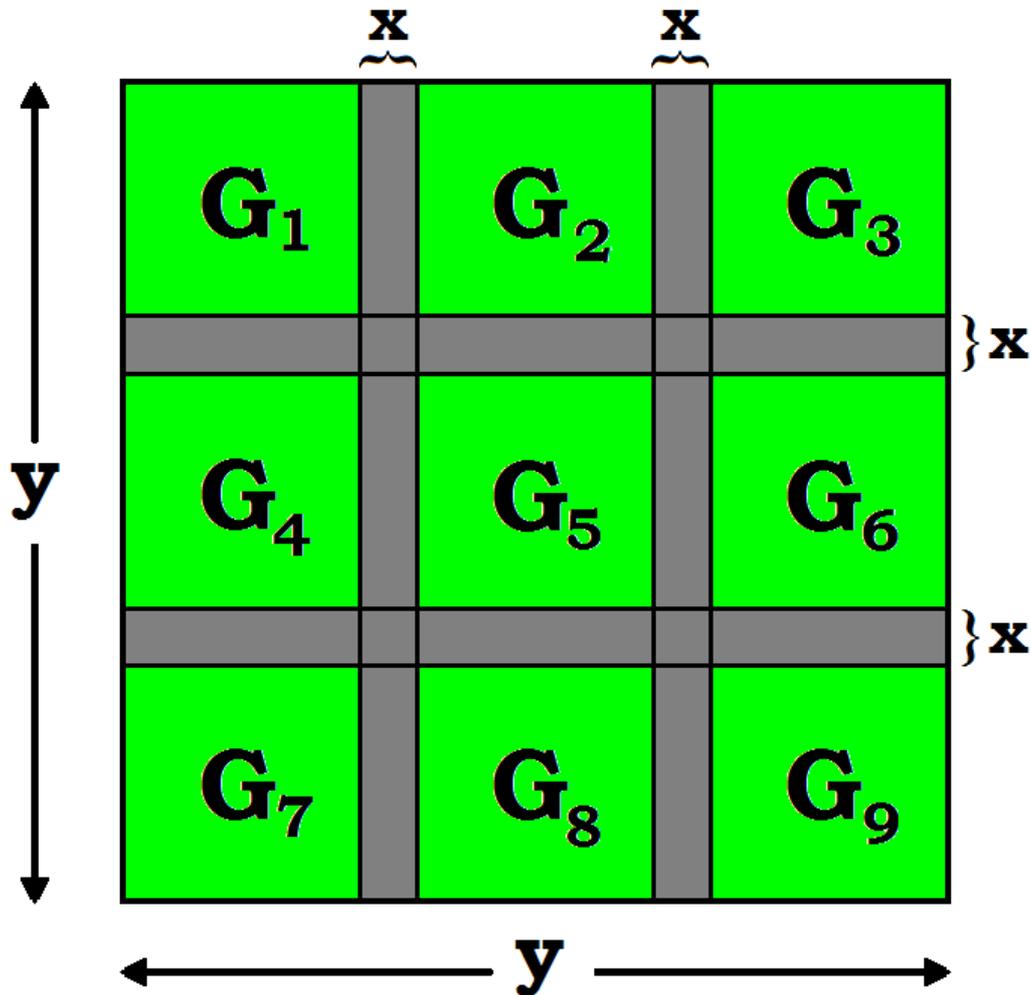
$$\begin{aligned} \text{c) } 2\frac{1}{2} \left(u - \frac{1}{2} v\right)^2 \cdot 4 + 20 \left(v + \frac{1}{5} u\right) \cdot 5 + \frac{4}{17} u \cdot \frac{17}{4} v &= \\ 10 \left(u - \frac{1}{2} v\right)^2 + 100 \left(v + \frac{1}{5} u\right)^2 + u v &= \\ 10 \left(u^2 - u v + \frac{1}{4} v^2\right) + 100 \left(v^2 + \frac{2}{5} u v + \frac{1}{25} u^2\right) + u v &= \\ 10 u^2 - 10 u v + 2\frac{1}{2} v^2 + 100 v^2 + 40 u v + 4 u^2 + u v &= \\ \underline{\underline{14 u^2 + 31 u v + 102\frac{1}{2} v^2}} & \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{d) } \left[(16 x^2 - 64 y^2) : (4 x + 8 y) \right]^2 + 64 x y - 60 y^2 &= \\ \left[\frac{16 x^2 - 64 y^2}{4 x + 8 y} \right]^2 + 64 x y - 60 y^2 &= \\ \left[\frac{(4 x + 8 y)(4 x - 8 y)}{4 x + 8 y} \right]^2 + 64 x y - 60 y^2 &= \\ (4 x - 8 y)^2 + 64 x y - 60 y^2 &= \\ x^2 - 64 x y + 64 y^2 + 64 x y - 60 y^2 &= \underline{\underline{16 x^2 + 4 y^2}} \end{aligned}$$



Aufgabe 6

a) Skizze



b) Der Term für den Flächeninhalt eines einzelnen Grundstücks lautet:

$$\underline{\underline{A_G = \left(\frac{y - 2x}{3} \right)^2}}$$

$$\text{c) } A_G = \left(\frac{170 \text{ m} - 2 \cdot 10 \text{ m}}{3} \right)^2 = \left(\frac{150 \text{ m}}{3} \right)^2 = (50 \text{ m})^2 = 2500 \text{ m}^2$$

Der Flächeninhalt eines einzelnen Grundstückes beträgt $A_G = 2500 \text{ m}^2$



Fortsetzung von Aufgabe 6

d) 1. Möglichkeit

Man erhält den Flächeninhalt aller Wege, wenn man vom Flächeninhalt des großen quadratischen Feldes die Flächeninhalte der 9 Einzelgrundstücke abzieht.

$$\begin{aligned} A_{4,W} &= A_{\text{Feld}} - 9 A_G = y^2 - 9 A_G = (170 \text{ m})^2 - 9 \cdot 2500 \text{ m}^2 \\ &= 28900 \text{ m}^2 - 22500 \text{ m}^2 = 6400 \text{ m}^2 \end{aligned}$$

Die vier Wege nehmen insgesamt den Flächeninhalt $A_{4,W} = 6400 \text{ m}^2$ ein.

2. Möglichkeit

Es gibt vier Wege der Länge y und der Breite x . Zwei dieser Wege kreuzen sich jeweils an vier verschiedenen Stellen. Es entstehen also vier quadratische Kreuzungsflächen der Seitenlänge x . Den Inhalt dieser vier Kreuzungsflächen muss man vom 4-fachen des Flächeninhalts eines Einzelweges abziehen, da sonst diese vier Kreuzungsflächen doppelt gezählt würden.

$$\begin{aligned} A_{4,W} &= 4 x y - 4 x^2 = 4 \cdot 10 \text{ m} \cdot 170 \text{ m} - 4 \cdot (10 \text{ m})^2 = 6800 \text{ m}^2 - 400 \text{ m}^2 \\ &= 6400 \text{ m}^2 \end{aligned}$$

Die vier Wege nehmen insgesamt den Flächeninhalt $A_{4,W} = 6400 \text{ m}^2$ ein.

3. Möglichkeit

Die 9 Einzelgrundstücke werden insgesamt von 12 Wegstücken, begrenzt, die alle die Breite x haben und deren Länge identisch mit der Seitenlänge $\frac{y-2x}{3}$ eines Einzelgrundstückes ist. Um die gesamten Flächeninhalt der 4 Wege zu berechnen, muss man zum Inhalt dieser 12 Wegstücke noch den Inhalt der 4 quadratischen Flächen der Seitenlänge x addieren, in denen sich die Wege kreuzen.

$$\begin{aligned} A_{4,W} &= 12 \cdot \frac{y-2x}{3} \cdot x + 4 x^2 \\ &= 12 \cdot \frac{170 \text{ m} - 2 \cdot 10 \text{ m}}{3} \cdot 10 \text{ m} + 4 \cdot (10 \text{ m})^2 \\ &= 12 \cdot 50 \text{ m} \cdot 10 \text{ m} + 4 \cdot 100 \text{ m}^2 \\ &= 6000 \text{ m}^2 + 400 \text{ m}^2 \\ &= 6400 \text{ m}^2 \end{aligned}$$

Die vier Wege nehmen insgesamt den Flächeninhalt $A_{4,W} = 6400 \text{ m}^2$ ein.

