Übungsarbeit z.Th. Druck und Auftrieb

- 1) Erkläre, wie der Schweredruck zustande kommt und leite die Formel $P_s=\rho\cdot g\cdot h$ her.
 - (Zeichnung, Formeln und begründender Text.)
- **2)** Berechne den Schweredruck, der in 865 mm Quecksilbertiefe herrscht in der Einheit Pa.
- **3)** In welcher Tiefe in Äthylalkohol ist der Schweredruck doppelt so groß wie der in 2) berechnete Schweredruck des Quecksilbers?
- **4)** In 0,135 km Tiefe unter der Meeresoberfläche beträgt der Schweredruck 140,38 $\frac{N}{cm^2}$. Welche Dichte hat das Salzwasser des Meeres ?
- 5) Auf einem fremden Planeten beträgt der Schweredruck in 45 mm Quecksilbertiefe 7,548 kPa. Berechne den Faktor g_P des fremden Planeten.
- **6)** Ein Gefäß ist bis zu einer Höhe 2,5 dm mit Glycerin gefüllt. Darüber befinden sich 17 cm Öl. Das Gefäß ist oben mit einem Stempel dicht verschlossen, dessen Querschnittsfläche $A_{St}=14~\text{cm}^2$ beträgt. Auf diesem Stempel drückt ein Gewichtsstück von 24,5 N.
 - Die Bodenfläche des Gefäßes hat den Flächeninhalt $A_B = 4.8 \text{ dm}^2$.
 - a) Fertige eine Skizze an.
 - b) Berechne den Gesamtdruck $P_{\rm ges}$ am Boden des Gefäßes.
 - c) Berechne die Kraft $\mathbf{F}_{\mathrm{ges}}$, die auf die Bodenfläche des Gefäßes wirkt.
 - d) Um welchen Faktor α ist der Stempeldruck größer als der Schweredruck am Boden des Gefäßes ?
- 7) Wie lautet das Archimedische Prinzip?
- **8)** Ein quaderförmiges Aluminiumstück ist 1,2 dm lang, 7,5 cm breit und 46 mm hoch.
 - a) Berechne Volumen und Masse des Aluminiumstückes.
 - b) Berechne das Gewicht (Gewichtskraft) des Aluminiumstückes mit einer Genauigkeit von \pm 1 mN.
 - c) Wieviel N wiegt das Aluminiumstück, wenn man es ganz in Petroleum eintaucht.
- **9)** Ein Körper wiegt in Luft 150 cN, in Glycerin nur noch 95 cN. Berechne das Volumen des Körpers und seine Dichte.
- 10) Ein Körper erfährt in Luft die Gewichtskraft 62 N, in Wasser 38 N, in einer unbekannten Flüssigkeit 27,2 N. Berechne die Dichte der Flüssigkeit.



- **11)** Ein Holzstück hat ein Volumen von 3,247 dm³. Das Holzstück schwimmt auf dem Wasser. Welche Kraft ist mindestens erforderlich, um das Holz ganz unter Wasser zu drücken?
- **12)** Ein Gasballon mit Zubehör (Personen, Gondel, Füllgas u.s.w.) hat eine Masse von 2,38 t.
 - a) Welches Volumen muß die Ballonhülle mindestens haben, damit der Ballon in der Luft schweben kann ? (Das Volumen der Gondel, der Personen u.s.w. kann vernachlässigt werden).
 - b) Welchen Durchmesser hat die Ballonhülle, wenn wir annehmen, dass sie kugelförmig ist ?
- 13) Ein Kupferstück und ein Aluminiumstück haben zunächst in Luft dasselbe Gewicht. Die beiden Metallstücke hängen an einer empfindlichen Balkenwaage, die sich im Gleichgewicht befindet. Nun wird die Balkenwaage mit den Metallstücken in eine Überdruckkammer gestellt. Dann wird der Luftdruck verdoppelt.

 Was zeigt die Balkenwaage nun an?

 Begründe deine Aussage.
- 14) Ein Becherglas ist randvoll mit Wasser gefüllt. Auf dem Wasser schwimmt ein Stück Eis. Man läßt das Ganze so lange in einem Zimmer stehen, bis das Eis vollständig geschmolzen ist. Läuft während des Schmelzvorganges Wasser über den Rand des Becherglases? Begründe deine Antwort.

Konstanten

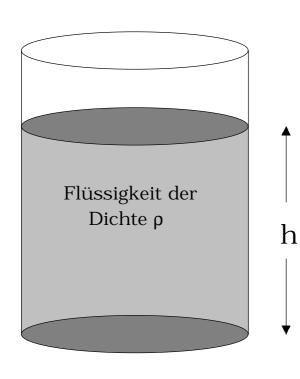
Quecksilber	$\rho_{\rm Hg} = 13,55 \frac{\rm g}{\rm cm^3}$	Petroleum	$\rho_{\text{Pe}} = 0.85 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$
Äthylalkohol	$\rho_{\ddot{A}t} = 0.79 \frac{g}{\text{cm}^3}$	Holz	$\rho_{\text{Ho}} = 0.62 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$
Glycerin	$\rho_{Gl} = 1.2 \frac{g}{cm^3}$	Luft	$\rho_{Lu} = 1.3 \frac{g}{1}$
Öl	$\rho_{\text{Ol}} = 0.87 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$	Kupfer	$\rho_{\text{Cu}} = 8.93 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$
Aluminium	$\rho_{Al} = 2.7 \frac{g}{cm^3}$	Erdfaktor	$g = 9.81 \frac{N}{kg}$



Lösungen

Aufgabe 1

Der Schweredruck kommt durch die Gewichtskraft F_G zustande, mit der eine senkrechte Flüssigkeitssäule der Höhe h, die aus einer Flüssigkeit der Dichte ρ besteht, auf ihre Grundfläche A drückt.



Für den Schweredruck gilt folglich:

$$P_{S} = \frac{F_{G}}{A} \quad (*)$$

Für das Gewicht der Flüssigkeitssäule gilt:

$$F_G = m \cdot g$$

mit $m = \rho \cdot V$ folgt

$$F_G = \rho \cdot V \cdot g$$

mit $V = A \cdot h$ folgt

$$F_G = \rho \cdot A \cdot h \cdot g$$

Durch Einsetzen in die Formel für den Schweredruck (*) erhält man:

$$P_S \,=\, \frac{F_G}{A} \,=\, \frac{\rho \cdot A \cdot h \cdot g}{A} \,=\, \underline{\rho \cdot g \cdot h}$$

Aufgabe 2

$$p_S = \rho \cdot g \cdot h = 13,55 \frac{g}{cm^3} \cdot 9,81 \frac{N}{kg} \cdot 865 \text{ mm}$$

$$p_S = 13550 \frac{kg}{m^3} \cdot 9,81 \frac{N}{kg} \cdot 0,865 m = 114981 \frac{N}{m^2} = 114981 Pa$$

Der Schweredruck in 865 mm Quecksilbertiefe beträgt $\underline{114981 \text{ Pa}}$.



Aufgabe 3

 $p_S = 2 \cdot 114981 \text{ Pa} = 229962 \text{ Pa}$

$$p_S = \rho \cdot g \cdot h \quad \Leftrightarrow \quad h = \frac{p_S}{\rho \cdot g} = \frac{22992 \; Pa}{0.79 \; \frac{g}{cm^3} \cdot 9.81 \; \frac{N}{kg}} = \frac{2299602 \; \frac{N}{m^2}}{790 \; \frac{kg}{m^3} \cdot 9.81 \; \frac{N}{kg}} \; = \; 29,673 \; m$$

Die Tiefe bertägt h = 29,673 m.

Aufgabe 4

$$p_S = \rho \cdot g \cdot h \iff \rho = \frac{p_S}{g \cdot h} = \frac{140,38 \; \frac{N}{cm^2}}{9,81 \; \frac{N}{kg} \cdot 135 \; m} = \frac{1403800 \; \frac{N}{m^2}}{9,81 \; \frac{N}{kg} \cdot 135 \; m} = 1059,9917 \; \frac{kg}{m^3} \approx 1,06 \; \frac{g}{cm^3}$$

Das Meerwasser hat eine Dichte von $1,06 \frac{g}{cm^3}$.

Aufgabe 5

$$p_{S} = \rho \cdot g_{P} \cdot h \iff g_{P} = \frac{p_{S}}{\rho \cdot h} = \frac{7,548 \text{ kPa}}{13,55 \frac{g}{\text{cm}^{3}} \cdot 45 \text{ mm}} = \frac{7548 \frac{N}{\text{m}^{2}}}{13550 \frac{\text{kg}}{\text{m}^{3}} \cdot 0,045 \text{ m}} \approx 12,38 \frac{N}{\text{kg}}$$

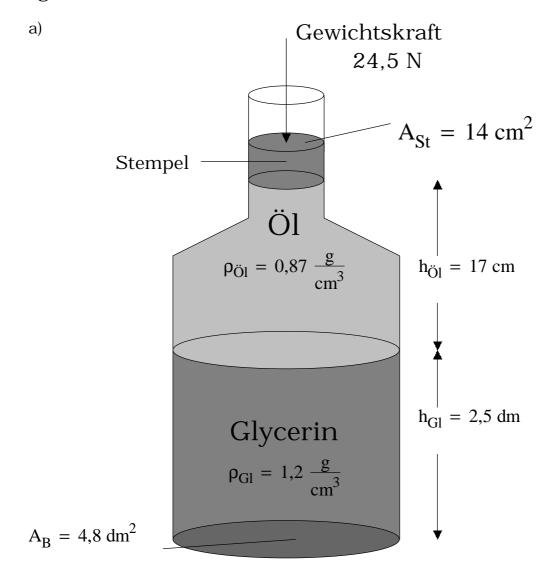
Der Anziehungsfaktor für den fremden Planeten beträgt 12,38 $\frac{N}{kg}$

Aufgabe 7

Jeder Körper verliert in einer Flüssigkeit so viel an Gewicht, wie die Flüssigkeit wiegt, die er verdrängt.



Aufgabe 6



b) Der Gesamtdruck p_{ges} am Boden des Gefäßes setzt sich aus dem Stempeldruck p_{St} , dem Druck des Öls $p_{\ddot{O}l}$ und dem Druck des Glycerins p_{Gl} zusammen.

Es gilt:

$$\begin{split} p_{ges} &= p_{St} + p_{\ddot{O}l} + p_{Gl} = \frac{F}{A_{St}} + \rho_{\ddot{O}l} \cdot g \cdot h_{\ddot{O}l} + \rho_{Gl} \cdot g \cdot h_{Gl} \\ p_{ges} &= \frac{F}{A_{St}} + g \left(\rho_{\ddot{O}l} \cdot h_{\ddot{O}l} + \rho_{Gl} \cdot h_{Gl} \right) \\ p_{ges} &= \frac{24,5 \text{ N}}{14 \text{ cm}^2} + 9,81 \frac{N}{kg} \left(0,87 \frac{g}{\text{cm}^3} \cdot 17 \text{ cm} + 1,2 \frac{g}{\text{cm}^3} \cdot 0,25 \text{ m} \right) \end{split}$$



$$p_{ges} = \frac{245000 \text{ N}}{14 \text{ m}^2} + 9,81 \frac{\text{N}}{\text{kg}} \left(870 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 0,17 \text{ m} + 1200 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 0,25 \text{ m} \right)$$

$$p_{ges} = 17500 \frac{N}{m^2} + 9,81 \frac{N}{kg} \left(147,9 \frac{kg}{m^2} + 300 \frac{kg}{m^2} \right)$$

$$P_{ges} = 17500 \frac{N}{m^2} + 4393,889 \frac{N}{m^2} = 21893,889 \frac{N}{m^2} \approx 21894 \text{ Pa}$$

Der Gesamtdruck beträgt am Boden des Gefäßes $p_{\rm ges}$ = 21894 Pa.

c)
$$p_{ges} = \frac{F_{ges}}{A_B}$$

$$F_{ges} = p_{ges} \cdot A_B = 21894 \text{ Pa} \cdot 4.8 \text{ dm}^2 = 21894 \frac{N}{m^2} \cdot 0.0048 \text{ m}^2 = 105.0912 \text{ N} \approx 105 \text{ N}$$

Auf die Bodenfläche des Gefäßes wirkt eine Kraft von 105 N.

d)
$$\alpha = \frac{p_{Stempel}}{p_{Schwer}} = \frac{17500 \text{ Pa}}{4393,889 \text{ Pa}} = 3,9828 \approx 4$$

Der Stempeldruck ist $\underline{4}$ mal so groß wie der Schweredruck.

Aufgabe 8

a) $V = 1.2 \text{ dm} \cdot 7.5 \text{ cm} \cdot 46 \text{ mm} = 12 \text{ cm} \cdot 7.5 \text{ cm} \cdot 4.6 \text{ cm} = 414 \text{ cm}^3$

Das Aluminiumstück hat ein Volumen von $\underline{414~\text{cm}^3}$

$$m = \rho \cdot V = 2.7 \frac{g}{cm^3} \cdot 414 \text{ cm}^3 = 1117.8 \text{ g}$$

Die Masse des Aluminiumstückes beträgt $\underline{117,8}$ g.

b)
$$F_G = m \cdot g = 1117,8 \text{ g} \cdot 9,81 \frac{N}{kg} = 1,1178 \text{ kg} \cdot 9,81 \frac{N}{kg} \approx 10,966 \text{ N}$$

Das Aluminiumstück wiegt in Luft 10,966 N.



c) Masse des verdrängten Petroleums

$$m_{Pe} = \rho_{Pe} \cdot V = 0.85 \frac{g}{cm^3} \cdot 414 \text{ cm}^3 = 351.9 \text{ g} = 0.3519 \text{ kg}$$

Gewicht des verdrängten Petroleums

$$F_{Pe} = m_{Pe} \cdot g = 0.3519 \text{ kg} \cdot 9.81 \frac{N}{kg} \approx 3.452 \text{ N}$$

$$10,966 \text{ N} - 3,452 \text{ N} = 7,514 \text{ N}$$

Das Aluminiumstück wiegt in Petroleum 7,514 N.

Aufgabe 9

$$150 \text{ cN} - 95 \text{ cN} = 55 \text{ cN} = 0.55 \text{ N}$$

Der Körper hat in Glycerin 0,55 N an Gewicht verloren.

Masse des verdrängten Glycerins

$$m = \frac{F_G}{g} = \frac{0.55 \text{ N}}{9.81 \frac{N}{kg}} = 0.0561 \text{ kg} = 56.1 \text{ g}$$

Volumen des verdrängten Glycerins = Volumen des Körpers

$$V = \frac{m}{\sigma_{Gl}} = \frac{51.6 \text{ g}}{1.2 \frac{g}{\text{cm}^3}} = 46.75 \text{ cm}^3$$

Der Körper hat ein Volumen von $\underline{\underline{46,75 \text{ cm}^3}}$.

Masse des Körpers

$$m = \frac{F_G}{g} = \frac{150 \text{ cN}}{9.81 \frac{N}{kg}} = \frac{1.5 \text{ N}}{9.81 \frac{N}{kg}} = 0.152905 \text{ kg} \approx 152.91 \text{ g}$$

Dichte des Körpers

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{152,91 \text{ g}}{46,75 \text{ cm}^3} = 3,27 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$$

Die Dichte des Körpers beträgt 3,27 $\frac{g}{cm^3}$



Aufgabe 10

Der Körper verliert im Wasser 62 N - 38 N = 24 N an Gewicht. Dies ist das Gewicht des von ihm verdrängten Wassers.

Die Masse des verdrängten Wassers beträgt

$$m = \frac{F_G}{g} = \frac{24 \text{ N}}{9,81 \frac{N}{kg}} = 2,446 \text{ kg}$$

Da Wasser die Dichte 1 $\frac{g}{cm^3}$ hat, beträgt das verdrängte Wasservolumen 2446 cm³. Dieses Volumen ist identisch mit dem Volumen des Körpers.

Der Gewichtsverlust in der unbekannten Flüssigkeit beträgt 62 N - 27.2 N = 34.8 N.

Das Volumen der verdrängten unbekannten Flüssigkeit beträgt wieder 2446 cm³.

Masse der verdrängten unbekannten Flüssigkeit

$$m = \frac{F_G}{g} = \frac{34.8 \text{ N}}{9.81 \frac{N}{kg}} = 3.547 \text{ kg} = 3547 \text{ g}$$

Dichte der unbekannten Flüssigkeit

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{3547 \text{ g}}{2446 \text{ cm}^3} = 1.45 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$$

Die Dichte der unbekannten Flüssigkeit beträgt 1,45 $\frac{g}{cm^3}$.

Aufgabe 11

Masse des Holzstücks:

$$m = \rho_{Ho} \cdot V = 0.62 \, \frac{g}{cm^3} \cdot 3.247 \, dm^3 = 0.62 \, \frac{g}{cm^3} \cdot 3247 \, cm^3 = 2013.14 \, g = 2.01314 \, kg$$

Gewicht des Holzstücks in Luft

$$F_G = m \cdot g = 2,01314 \text{ kg} \cdot 9,81 \frac{N}{\text{kg}} = 19,749 \text{ N}$$

Wenn sich das Holz ganz unter Wasser befindet, verdrängt es 3,247 dm³ Wasser. Dieses Wasser hat die Masse 3,247 kg und das Gewicht



$$F_G = m \cdot g = 3,247 \text{ kg} \cdot 9,81 \frac{N}{\text{kg}} = 31,853 \text{ N}.$$

$$31,853 \text{ N} - 19,749 \text{ N} = 12,104 \text{ N}$$

Man benötigt mindestens eine Kraf von 12,104 N um das Holzstück unter Wasser zu drücken.

Aufgabe 12

a) Die verdrängte Luft muß eine Masse von 2,38 t haben. Das Luftvolumen ist folglich

$$V_{Lu} = \frac{m}{\rho_{Lu}} = \frac{2,38 \text{ t}}{1,3 \frac{g}{cm^3}} = \frac{2380 \text{ kg}}{1,3 \frac{\text{kg}}{m^3}} = 2176,933 \text{ m}^3 \approx 2177 \text{ m}^3$$

Die Ballonhülle muß mindestens ein Volumen von 2177 m^3 haben.

b) Die Formel für das Volumen der Kugel lautet

 $V = \frac{4}{3} \pi r^3$ Dabei ist r der Kugelradius. Auflösen der Gleichung nach r ergibt:

$$r = \frac{3}{\sqrt{\frac{3 \text{ V}}{4 \pi}}} = \frac{3}{\sqrt{\frac{3 \cdot 2177 \text{ m}^3}{4 \pi}}} = 8,04 \text{ m}$$
 $d = 2 \text{ r} = 2 \cdot 8,04 \text{ m} = 16,08 \text{ m}$

Die Ballonhülle hat einen Durchmesser von $16,08~\mathrm{m}$

Aufgabe 13

Die Seite der Balkenwaage mit dem Kupferstück senkt sich nach unten; die mit dem Aluminiumstück geht nach oben.

<u>Begründung:</u> Wird der Luftdruck verdoppelt, so erhöht sich die Dichte der Luft. Die Masse und folglich das Gewicht von jedem cm³ der Luft nehmen zu. Da aber das Aluminiumstück wegen $\rho_{Al} < \rho_{Cu}$ ein größeres Volumen als das Kupferstück hat, verliert das Aluminiumstück in der verdichteten Luft mehr an Gewicht als das Kupfwerstück. Sobald der Luftdruck erhöht wird, nimmt der Auftrieb des Alumi-

niumstücks stärker zu als der des Kupferstücks.

Aufgabe 14

Beim Schmelzvorgang bleibt die Masse des Eises unverändert. die Dichte des Schmelzwassers ist jedoch größer als die des Eises. Das Schmelzwasser hat ein kleineres Volumen als das Eis vor hatte. Das Gewicht des Eises ist genau so groß wie das Wasser, das es verdrängt. Das Volumen dieses verdrängten Wassers ist aber identisch mit dem Volumen des Schmelzwassers. Das Becherglas läuft folglich während des Schmelzvorgangs nicht über.

