

Übungsaufgaben aus verschiedenen Bereichen

- 1) Die Formel für das Volumen einer Kugel lautet: $V = \frac{4}{3} \pi r^3$.

Dabei ist r der Radius (Halbmesser) der Kugel.

Für die Sportart Kugelstoßen soll eine Kugel der Masse $m = 7,5 \text{ kg}$ aus Eisen ($\rho = 7,86 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$) hergestellt werden.

Wie groß ist der Durchmesser d der Kugel ?

- 2) Eine Feder hat die Federkonstante $D = 46 \frac{\text{N}}{\text{cm}}$.

An diese Feder hängt man ein Messingstück ($\rho = 8,3 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$).

Die Feder wird dabei um 82 mm ausgedehnt.
Berechne das Volumen des Messingstücks.

- 3) Die Hülle eines Heliumballons besteht aus einem Material der Dichte $\rho_{\text{Hü}} = 0,62 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$ und hat die Masse $m_{\text{Hü}} = 125 \text{ kg}$. Damit der Ballon in Luft aufsteigt, muß seine durchschnittliche Dichte $\bar{\rho}$ geringer sein als die Dichte der Luft. Diese beträgt $\rho_{\text{L}} = 1,3 \frac{\text{g}}{\text{l}}$

Der Ballon wird mit 820 m^3 Helium, dessen Dichte $\rho_{\text{He}} = 0,178 \frac{\text{g}}{\text{l}}$ beträgt, gefüllt.

Kann der Ballon in der Luft aufsteigen ?

- 4) 7,2 dm vor einer Sammellinse steht ein 0,51 m hoher Gegenstand.
In der Entfernung 48 cm hinter der Linse entsteht das Bild.
a) Berechne die Brennweite f der Linse in der Einheit cm.
b) Berechne die Bildhöhe B in der Einheit cm.



Lösungen

Aufgabe 1

$$\rho = \frac{m}{V}$$

$$V = \frac{m}{\rho} = \frac{5 \text{ kg}}{7,86 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}} = 954,198 \text{ cm}^3$$

$$V = \frac{4}{3} \pi r^3$$

$$\frac{4}{3} \pi r^3 = V$$

$$\pi r^3 = \frac{3V}{4}$$

$$r^3 = \frac{3V}{4\pi}$$

$$r = \sqrt[3]{\frac{3V}{4\pi}} = \sqrt[3]{\frac{3 \cdot 954,198 \text{ cm}^3}{4\pi}} = \sqrt[3]{227,798 \text{ cm}^3} = 6,107 \text{ cm}$$

$$d = 2r = 2 \cdot 6,107 \text{ cm} = 12,214 \text{ cm}.$$

Die Eisenkugel hat den Durchmesser d = 12,214 cm.

Aufgabe 2

$$F = D \cdot x = 46 \frac{\text{N}}{\text{cm}} \cdot 82 \text{ mm} = 46 \frac{\text{N}}{\text{cm}} \cdot 8,2 \text{ cm} = 377,2 \text{ N}$$

$$F_G = m \cdot g$$

$$m = \frac{F_G}{g} = \frac{377,2 \text{ N}}{9,81 \frac{\text{N}}{\text{kg}}} = 38,451 \text{ kg} = 38451 \text{ g}$$

$$\rho = \frac{m}{V}$$

$$V = \frac{m}{\rho} = \frac{38451 \text{ g}}{8,3 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}} = 4632,65 \text{ cm}^3 \approx 4,633 \text{ dm}^3$$

Das Volumen des Messingstücks beträgt 4,633 dm³



Aufgabe 3

$$\rho = \frac{m_{\text{ges}}}{V_{\text{ges}}} = \frac{m_{\text{Hü}} + m_{\text{He}}}{V_{\text{Hü}} + V_{\text{He}}}$$

In dieser Formel sind das Volumen $V_{\text{Hü}}$ der Ballonhülle und die Masse m_{He} des Heliums unbekannt und müssen folglich berechnet werden.

$$V_{\text{Hü}} = \frac{m_{\text{Hü}}}{\rho_{\text{Hü}}} = \frac{125 \text{ kg}}{0,62 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}} = \frac{125 \text{ kg}}{0,62 \frac{\text{kg}}{\text{dm}^3}} = 201,613 \text{ dm}^3$$

$$m_{\text{He}} = \rho_{\text{He}} \cdot V_{\text{He}} = 0,178 \frac{\text{g}}{\text{l}} \cdot 820 \text{ m}^3 = 0,178 \frac{\text{g}}{\text{l}} \cdot 820000 \text{ l} = 145960 \text{ g}$$

Durch Einsetzen dieser beiden Werte in die Formel für die durchschnittliche Dichte erhält man:

$$\begin{aligned} \rho &= \frac{125 \text{ kg} + 145960 \text{ g}}{201,613 \text{ dm}^3 + 820 \text{ m}^3} = \frac{125000 \text{ g} + 145960 \text{ g}}{201,613 \text{ dm}^3 + 820000 \text{ dm}^3} \\ &= \frac{270960 \text{ g}}{820201,61 \text{ l}} \approx 0,33 \frac{\text{g}}{\text{l}} < \rho_{\text{Luft}} = 1,3 \frac{\text{g}}{\text{l}} \end{aligned}$$

Der Ballon kann also in Luft aufsteigen.

Aufgabe 4

a) Linsenformel: $\frac{1}{f} = \frac{1}{g} + \frac{1}{b}$

Durch Auflösen nach der Brennweite f erhält man:

$$\begin{aligned} f &= \frac{b \cdot g}{b + g} = \frac{7,2 \text{ dm} \cdot 48 \text{ cm}}{7,2 \text{ dm} + 48 \text{ cm}} = \frac{72 \text{ cm} \cdot 48 \text{ cm}}{72 \text{ cm} + 48 \text{ cm}} = \frac{3456 \text{ cm}^2}{120 \text{ cm}} \\ &= 28,8 \text{ cm} = 288 \text{ mm} \end{aligned}$$

Die Brennweite der Linse beträgt 288 mm.

b) $\frac{B}{G} = \frac{b}{g}$

$$B = \frac{b}{g} \cdot G = \frac{48 \text{ cm}}{7,2 \text{ dm}} \cdot 0,51 \text{ m} = \frac{48 \text{ cm}}{72 \text{ cm}} \cdot 51 \text{ cm} = 34 \text{ cm}$$

Die Höhe des Bildes beträgt 34 cm.

