

Aufgaben z. Th. Energieerhaltung

Aufgabe 1

Eine Seilwinde wird mit einem Elektromotor betrieben. Mit der Winde soll ein Körper mit einer Masse von 120 kg um 8 m angehoben werden.

- a) Welche Arbeit wird dabei verrichtet ?
- b) Der Vorgang des Anhebens dauert 30 s.
Mit welcher Geschwindigkeit v bewegt sich der Körper ?
(Angabe in $\frac{\text{m}}{\text{s}}$ und in $\frac{\text{km}}{\text{h}}$)
- c) Welche Stromstärke fließt durch den Motor, wenn er mit der Netzspannung von 220 V betrieben wird ?

Aufgabe 2

Die Energie der geradlinigen Bewegung eines Körpers hängt von seiner Masse m und von seiner Geschwindigkeit v ab. Die Gleichung für diese Bewegungsenergie (Translationsenergie) lautet:

$$W_{\text{trans}} = \frac{1}{2} m v^2$$

- a) Der Körper wird aus 25 m Höhe fallen gelassen. Mit welcher Geschwindigkeit prallt er auf den Boden ? (Angabe in $\frac{\text{m}}{\text{s}}$ und in $\frac{\text{km}}{\text{h}}$)
- b) Welche Geschwindigkeit hat der Körper zu dem Zeitpunkt, wenn er sich 17 m über dem Boden befindet ? (Angabe in $\frac{\text{m}}{\text{s}}$ und in $\frac{\text{km}}{\text{h}}$)

Aufgabe 3

Die Feder einer Federpistole hat die Konstante $D = 16 \frac{\text{N}}{\text{cm}}$ und ist beim Spannen um 12 cm eingedrückt worden. Mit der Pistole wird ein Geschöß der Masse $m = 150 \text{ g}$ senkrecht nach oben geschossen.

- a) Berechne die maximale Flughöhe des Geschosses.
- b) Berechne die Anfangsgeschwindigkeit v_0 des Geschosses.
- c) Welche Geschwindigkeit hat das Geschöß, wenn es die Hälfte der maximalen Flughöhe erreicht hat ? (Angabe in $\frac{\text{m}}{\text{s}}$ und in $\frac{\text{km}}{\text{h}}$)
- d) In welcher Höhe befindet sich das Geschöß über dem Boden, wenn seine Geschwindigkeit die Hälfte der Anfangsgeschwindigkeit v_0 beträgt ?



Lösungen

Aufgabe 1

- a) Es handelt sich bei der verrichteten Arbeit um Hubarbeit W_h .

$$W_h = m \cdot g \cdot h = 120 \text{ kg} \cdot 9,81 \frac{\text{N}}{\text{kg}} \cdot 8 \text{ m} = 9417,6 \text{ Nm} = 9417,6 \text{ J}$$

Es wird die Arbeit $W_h = 9417,6 \text{ J}$ verrichtet.

b) $v = \frac{s}{t} = \frac{8 \text{ m}}{30 \text{ s}} = 0,2\bar{6} \frac{\text{m}}{\text{s}} = 0,2\bar{6} \cdot 3,6 \frac{\text{km}}{\text{h}} = 0,96 \frac{\text{km}}{\text{h}}$

Der Körper wird mit der Geschwindigkeit $v = 0,2\bar{6} \frac{\text{m}}{\text{s}} = 0,96 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ nach

oben gezogen..

c) $W_{el} = W_h$

$$U \cdot I \cdot t = m \cdot g \cdot h$$

$$I = \frac{m \cdot g \cdot h}{U \cdot t} = \frac{120 \text{ kg} \cdot 9,81 \frac{\text{N}}{\text{kg}} \cdot 8 \text{ m}}{220 \text{ V} \cdot 30 \text{ s}} \approx 1,427 \text{ A}$$

Durch den Motor fließt ein Strom der Stärke 1,427 A.

Aufgabe 2

a) $W_{trans} = W_h$

$$\frac{1}{2} m v^2 = m \cdot g \cdot h \quad | : m$$

$$\frac{1}{2} v^2 = g \cdot h \quad | \cdot 2$$

$$v^2 = 2 \cdot g \cdot h \quad | \sqrt{\quad}$$



$$v = \sqrt{2 \cdot g \cdot h} = \sqrt{2 \cdot 9,81 \frac{\text{N}}{\text{kg}} \cdot 25 \text{ m}} = \sqrt{490,5 \frac{\text{Nm}}{\text{kg}}} \approx 22,147 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$v = 22,147 \cdot 3,6 \frac{\text{km}}{\text{h}} = 79,729 \frac{\text{km}}{\text{h}}$$

Der Körper prallt mit der Geschwindigkeit $v = 22,147 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 79,729 \frac{\text{km}}{\text{h}}$

auf den Boden.

b) $W_{\text{trans}} + W_{\text{h}} = W_{\text{h,max}}$

$$\frac{1}{2} m v^2 + m \cdot g \cdot h = m \cdot g \cdot h_{\text{max}} \quad | : m$$

$$\frac{1}{2} v^2 + g \cdot h = g \cdot h_{\text{max}} \quad | - g \cdot h$$

$$\frac{1}{2} v^2 = g \cdot h_{\text{max}} - g \cdot h$$

$$\frac{1}{2} v^2 = g (h_{\text{max}} - h) \quad | \cdot 2$$

$$v^2 = 2 \cdot g (h_{\text{max}} - h) \quad | \sqrt{\quad}$$

$$v = \sqrt{2 \cdot g (h_{\text{max}} - h)} = \sqrt{2 \cdot 9,81 \frac{\text{N}}{\text{kg}} (25 \text{ m} - 17 \text{ m})}$$

$$v = \sqrt{19,62 \frac{\text{N}}{\text{kg}} \cdot 8 \text{ m}} = \sqrt{156,96 \frac{\text{Nm}}{\text{kg}}}$$

$$v = 12,528 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 12,528 \cdot 3,6 \frac{\text{km}}{\text{h}} = 45,1 \frac{\text{km}}{\text{h}}$$

Der Körper hat 17 m über dem Boden die Geschwindigkeit

$$\underline{\underline{12,528 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 45,1 \frac{\text{km}}{\text{h}} .}}$$



Aufgabe 3

a) $W_h = W_{\text{Feder}}$

$$m \cdot g \cdot h = \frac{1}{2} D x^2 \quad | : (m \cdot g)$$

$$h = \frac{D x^2}{2 m \cdot g} = \frac{1600 \frac{\text{N}}{\text{m}} \cdot (0,12 \text{ m})^2}{2 \cdot 0,15 \text{ kg} \cdot 9,81 \frac{\text{N}}{\text{kg}}} = 7,829 \text{ m}$$

Das Geschöß fliegt 7,829 m hoch.

b) $W_{\text{trans}} = W_{\text{Feder}}$

$$\frac{1}{2} m v_0^2 = \frac{1}{2} D x^2 \quad | \cdot 2$$

$$m v_0^2 = D x^2 \quad | : m$$

$$v_0^2 = \frac{D x^2}{m} \quad | \sqrt{\quad}$$

$$v = \sqrt{\frac{D x^2}{m}} = \sqrt{\frac{1600 \frac{\text{N}}{\text{m}} \cdot (0,12 \text{ m})^2}{0,15 \text{ kg}}} = \sqrt{153,6 \frac{\text{Nm}}{\text{kg}}}$$

$$v = 12,394 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 12,394 \cdot 3,6 \frac{\text{km}}{\text{h}} = 44,618 \frac{\text{km}}{\text{h}}$$

Das Geschöß hat die Anfangsgeschwindigkeit 12,394 $\frac{\text{m}}{\text{s}}$ = 44,618 $\frac{\text{km}}{\text{h}}$.

c) $h = \frac{1}{2} h_{\text{max}} = \frac{1}{2} \cdot 7,829 \text{ m} = 3,9145 \text{ m}$

$$W_{\text{trans}} = W_h$$

$$\frac{1}{2} m v^2 = m \cdot g \cdot h \quad | : m$$

$$\frac{1}{2} v^2 = g \cdot h \quad | \cdot 2$$



$$v^2 = 2 \cdot g \cdot h \quad | \sqrt{\quad}$$

$$v = \sqrt{2 \cdot g \cdot h} = \sqrt{2 \cdot 9,81 \frac{\text{N}}{\text{kg}} \cdot 3,9145\text{m}}$$

$$v = 8,764 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 8,764 \cdot 3,6 \frac{\text{km}}{\text{h}} = 31,55 \frac{\text{km}}{\text{h}}$$

Bei der Hälfte der maximalen Flughöhe hat das Geschöß die Geschwindigkeit $\underline{\underline{8,764 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 31,55 \frac{\text{km}}{\text{h}}}}$.

d) $v = \frac{1}{2} v_0 = \frac{1}{2} \cdot 12,394 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 6,197 \frac{\text{m}}{\text{s}}$

$$W_h = W_{\text{trans}}$$

$$m \cdot g \cdot h = \frac{1}{2} m v^2 \quad | : m$$

$$g \cdot h = \frac{1}{2} v^2 \quad | : g$$

$$h = \frac{v^2}{2 \cdot g} = \frac{(6,197 \frac{\text{m}}{\text{s}})^2}{2 \cdot 9,81 \frac{\text{N}}{\text{kg}}} = 1,957 \text{ m}$$

In der Höhe von 1,957 m ist die Anfangsgeschwindigkeit auf den halben Wert gesunken.

