

Ü b u n g s a r b e i t

- 1) Berechne die Mischungstemperatur, die man erhält, wenn man 3,8 l Wasser der Temperatur 52°C mit 6,3 l Wasser der Temperatur 17°C mischt.
- 2) Ein Marmorwürfel mit der Kantenlänge $a = 6 \text{ cm}$ hat die Temperatur 93°C. Dieser Würfel wird in 0,4 l Wasser der Temperatur $T = 21^\circ\text{C}$ eingetaucht. Welche Mischungstemperatur stellt sich ein ?
- 3) Auf dem Typenschild eines Tauchsieders steht die Angabe $P = 600 \text{ W}$. In einem Gefäß befinden sich 700 g Eis der Temperatur 0°C und 1,6 l Wasser der Temperatur 0°C. Mit dem Tauchsieder wird das Eis-Wasser-Gemisch so lange erwärmt, bis sich nachher 2,3 l kochendes Wasser in dem Gefäß befinden. 25% der vom Tauchsieder zugeführten Energie werden bei dem Erwärmungsvorgang als sog. "Wärmeverluste" an die Umgebung abgegeben.
 - a) Berechne die elektrische Energie, die dem Tauchsieder insgesamt zugeführt worden ist.
 - b) Wie teuer ist das Experiment, wenn 1 kWh elektrische Energie 30 Pf kostet ?
 - c) Wie lange war der Tauchsieder in Betrieb ?
- 4) In einem Gefäß befinden sich 750 g Olivenöl der Temperatur 18°C. Ein Aluminiumstück der Masse $m = 285 \text{ g}$ und der Temperatur 78°C wird ganz in das Olivenöl eingetaucht. Dabei stellt sich eine Mischungstemperatur von 26,7 °C ein.
Berechne die spezifische Wärmekapazität von Aluminium.
- 5) Ein Glasgefäß der Masse $m_G = 380 \text{ g}$ enthält 520 g Fruchtsaft. Gefäß und Fruchtsaft haben gemeinsam die Temperatur 24 °C.
 - a) Welche Menge Eis der Temperatur 0 °C muß man hinzufügen, wenn man die Mischungstemperatur 8 °C erhalten will ?
 - b) Welche Mischungstemperatur würde sich einstellen, wenn man nur die Hälfte der in a) berechneten Eismenge nehmen würde ?
 - c) Welche Eismasse (in g) muß man dem Fruchtsaftgetränk mindestens hinzufügen, damit sich eine Mischungstemperatur von 0 °C einstellt ?

Konstanten: Spezifische Wärmekapazitäten:

$$\text{Wasser: } c_W = 4,18 \frac{\text{J}}{\text{g K}}, \quad \text{Marmor: } c_M = 0,83 \frac{\text{J}}{\text{g K}}$$

$$\text{Olivenöl: } c_{\text{Öl}} = 2 \frac{\text{J}}{\text{g K}}, \quad \text{Glas: } c_{\text{Gl}} = 0,67 \frac{\text{J}}{\text{g K}}$$

$$\text{Fruchtsaft: } c_{\text{FrS}} = 4,12 \frac{\text{J}}{\text{g K}}$$

$$\text{Dichte von Marmor: } \rho_M = 2,5 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$$

$$\text{Spezifische Schmelzwärme von Wasser: } c_S = 334 \frac{\text{J}}{\text{g}}$$



Lösungen

Aufgabe 1

$$\begin{aligned} Q_{\text{auf}} &= Q_{\text{ab}} \\ c_W m_K (\vartheta_M - \vartheta_K) &= c_W m_H (\vartheta_H - \vartheta_M) \\ m_K (\vartheta_M - \vartheta_K) &= m_H (\vartheta_H - \vartheta_M) \\ m_K \vartheta_M - m_K \vartheta_K &= m_H \vartheta_H - m_H \vartheta_M \\ m_K \vartheta_M + m_H \vartheta_M &= m_H \vartheta_H + m_K \vartheta_K \\ \vartheta_M (m_K + m_H) &= m_H \vartheta_H + m_K \vartheta_K \\ \vartheta_M &= \frac{m_H \vartheta_H + m_K \vartheta_K}{m_K + m_H} \\ \vartheta_M &= \frac{3,8 \text{ kg} \cdot 52 \text{ }^\circ\text{C} + 6,3 \text{ kg} \cdot 17 \text{ }^\circ\text{C}}{6,3 \text{ kg} + 3,8 \text{ kg}} \\ \vartheta_M &= \frac{304,7 \text{ kg }^\circ\text{C}}{10,1 \text{ kg}} = 30,168 \text{ }^\circ\text{C} \approx 30,2 \text{ }^\circ\text{C} \end{aligned}$$

Es stellt sich die Mischungstemperatur $\vartheta_M = 30,2 \text{ }^\circ\text{C}$ ein.

Aufgabe 2

Marmorvolumen: $V_M = (6 \text{ cm})^3 = 216 \text{ cm}^3$

Marmor Masse: $m_M = \rho_M \cdot V_M = 2,5 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \cdot 216 \text{ cm}^3 = 540 \text{ g} = 0,54 \text{ kg}$

$$\begin{aligned} Q_{\text{Auf}} &= Q_{\text{Ab}} \\ c_W m_W (\vartheta_M - \vartheta_K) &= c_M m_M (\vartheta_H - \vartheta_M) \\ c_W m_W \vartheta_M - c_W m_W \vartheta_K &= c_M m_M \vartheta_H - c_M m_M \vartheta_M \\ c_W m_W \vartheta_M + c_M m_M \vartheta_M &= c_M m_M \vartheta_H + c_W m_W \vartheta_K \\ \vartheta_M (c_W m_W + c_M m_M) &= c_M m_M \vartheta_H + c_W m_W \vartheta_K \\ \vartheta_M &= \frac{c_M m_M \vartheta_H + c_W m_W \vartheta_K}{c_W m_W + c_M m_M} \\ \vartheta_M &= \frac{830 \frac{\text{J}}{\text{kg K}} \cdot 0,54 \text{ kg} \cdot 93 \text{ }^\circ\text{C} + 4180 \frac{\text{J}}{\text{kg K}} \cdot 0,4 \text{ kg} \cdot 21 \text{ }^\circ\text{C}}{4180 \frac{\text{J}}{\text{kg K}} \cdot 0,4 \text{ kg} + 830 \frac{\text{J}}{\text{kg K}} \cdot 0,54 \text{ kg}} \\ \vartheta_M &= \frac{41682,6 \frac{\text{J }^\circ\text{C}}{\text{K}} + 35112 \frac{\text{J }^\circ\text{C}}{\text{K}}}{1672 \frac{\text{J}}{\text{K}} + 448,2 \frac{\text{J}}{\text{K}}} = \frac{76794,6}{2120,2} \text{ }^\circ\text{C} = 36,2205 \text{ }^\circ\text{C} \approx 36,2 \text{ }^\circ\text{C} \end{aligned}$$

Die Mischungstemperatur beträgt 36,2 °C



Aufgabe 3

$$\begin{aligned}\text{a) } 0,75 W_{\text{el}} &= Q_{\text{ges}} \\ 0,75 W_{\text{el}} &= Q_{\text{Schmelz}} + Q_{\text{Erwärm}} \\ 0,75 W_{\text{el}} &= c_S m_E + c_W m_E \Delta\vartheta + c_W m_W \Delta\vartheta \\ 0,75 W_{\text{el}} &= c_S m_E + c_W (m_E + m_W) \Delta\vartheta \\ W_{\text{el}} &= \frac{4}{3} [c_S m_E + c_W (m_E + m_W) \Delta\vartheta] \\ W_{\text{el}} &= \frac{4}{3} \left[334000 \frac{\text{J}}{\text{kg}} \cdot 0,7 \text{ kg} + 4180 \frac{\text{J}}{\text{kg K}} \cdot (0,7 \text{ kg} + 1,6 \text{ kg}) \cdot 100 \text{ }^\circ\text{C} \right] \\ W_{\text{el}} &= \frac{4}{3} [233800 \text{ J} + 961400 \text{ J}] = \frac{4}{3} \cdot 1195200 \text{ J} = 1593600 \text{ J} \approx 1,594 \text{ MJ}\end{aligned}$$

Dem Tauchsieder wird insgesamt die elektrische Energie $W_{\text{el}} = 1,593 \text{ MJ}$ zugeführt.

$$\begin{aligned}\text{b) } 1 \text{ kWh} &= 3,6 \text{ MJ} \\ 1,594 \text{ MJ} &= \frac{1,594}{3,6} \text{ kWh} \approx 0,443 \text{ kWh} \\ 0,443 \cdot 30 \text{ Pf} &= 13,28 \text{ Pf} \approx 13 \text{ Pf}\end{aligned}$$

Die Elektrizitätskosten für das Experiment betragen 13 Pf

$$\begin{aligned}\text{c) } P &= U \cdot I = 600 \text{ W} \\ W_{\text{el}} = P \cdot t &\Leftrightarrow t = \frac{W_{\text{el}}}{P} = \frac{1593600 \text{ J}}{600 \text{ W}} = 2656 \text{ s} = 44 \text{ min } 16 \text{ s}\end{aligned}$$

Der Tauchsieder war 44 min 16 s lang in Betrieb.

Aufgabe 4

$$\begin{aligned}Q_{\text{Ab}} &= Q_{\text{Auf}} \\ c_{\text{Al}} m_{\text{Al}} (\vartheta_{\text{H}} - \vartheta_{\text{M}}) &= c_{\text{Öl}} m_{\text{Öl}} (\vartheta_{\text{M}} - \vartheta_{\text{K}}) \\ c_{\text{Al}} &= \frac{c_{\text{Öl}} m_{\text{Öl}} (\vartheta_{\text{M}} - \vartheta_{\text{K}})}{m_{\text{Al}} (\vartheta_{\text{H}} - \vartheta_{\text{M}})} \\ c_{\text{Al}} &= \frac{2000 \frac{\text{J}}{\text{kg K}} \cdot 0,75 \text{ kg} \cdot (26,7 \text{ }^\circ\text{C} - 18 \text{ }^\circ\text{C})}{0,285 \text{ kg} \cdot (78 \text{ }^\circ\text{C} - 26,7 \text{ }^\circ\text{C})} \\ c_{\text{Al}} &= \frac{1500 \frac{\text{J}}{\text{kg K}} \cdot 8,7 \text{ }^\circ\text{C}}{0,258 \text{ kg} \cdot 51,3 \text{ }^\circ\text{C}} \approx 893 \frac{\text{J}}{\text{kg K}} = 8,93 \frac{\text{J}}{\text{g K}}\end{aligned}$$

Die spezifische Wärmekapazität des Aluminiums beträgt $c_{\text{Al}} = 8,93 \frac{\text{J}}{\text{g K}}$



Aufgabe 5

a)

$$\begin{aligned}
 Q_{\text{Auf}} &= Q_{\text{Ab}} \\
 Q_{\text{Schmelz}} + Q_{\text{Erwärm}} &= Q_{\text{Glas}} + Q_{\text{FrS}} \\
 c_S m_E + c_W m_E (\vartheta_M - \vartheta_K) &= c_{\text{Gl}} m_{\text{Gl}} (\vartheta_H - \vartheta_M) + c_{\text{FrS}} m_{\text{FrS}} (\vartheta_H - \vartheta_M) \quad (*) \\
 m_E [c_S + c_W (\vartheta_M - \vartheta_K)] &= (c_{\text{Gl}} m_{\text{Gl}} + c_{\text{FrS}} m_{\text{FrS}}) (\vartheta_H - \vartheta_M) \\
 m_E &= \frac{(c_{\text{Gl}} m_{\text{Gl}} + c_{\text{FrS}} m_{\text{FrS}}) (\vartheta_H - \vartheta_M)}{c_S + c_W (\vartheta_M - \vartheta_K)} \\
 m_E &= \frac{(670 \frac{\text{J}}{\text{kg K}} \cdot 0,38 \text{ kg} + 0,52 \text{ kg} \cdot 4120 \frac{\text{J}}{\text{kg K}}) (24 \text{ }^\circ\text{C} - 8 \text{ }^\circ\text{C})}{334000 \frac{\text{J}}{\text{kg}} + 4180 \frac{\text{J}}{\text{kg K}} (8 \text{ }^\circ\text{C} - 0 \text{ }^\circ\text{C})} \approx \frac{2397 \frac{\text{J}}{\text{K}} \cdot 16 \text{ }^\circ\text{C}}{367400 \frac{\text{J}}{\text{kg}}} \\
 m_E &= \frac{38352}{367400} \text{ kg} = 0,104 \text{ kg} = 104 \text{ g}
 \end{aligned}$$

Um die Mischungstemperatur $8 \text{ }^\circ\text{C}$ zu erreichen, muß man 104 g Eis hinzufügen.

b) Aus Gleichung (*) folgt durch Ausmultiplizieren der Klammern

$$\begin{aligned}
 c_S m_E + c_W m_E \vartheta_M - c_W m_E \vartheta_K &= c_{\text{Gl}} m_{\text{Gl}} \vartheta_H - c_{\text{Gl}} m_{\text{Gl}} \vartheta_M + c_{\text{FrS}} m_{\text{FrS}} \vartheta_H - c_{\text{FrS}} m_{\text{FrS}} \vartheta_M \\
 c_W m_E \vartheta_M + c_{\text{Gl}} m_{\text{Gl}} \vartheta_M + c_{\text{FrS}} m_{\text{FrS}} \vartheta_M &= c_{\text{Gl}} m_{\text{Gl}} \vartheta_H + c_{\text{FrS}} m_{\text{FrS}} \vartheta_H + c_W m_W \vartheta_K - c_S m_E \\
 \vartheta_M (c_W m_E + c_{\text{Gl}} m_{\text{Gl}} + c_{\text{FrS}} m_{\text{FrS}}) &= \vartheta_H (c_{\text{Gl}} m_{\text{Gl}} + c_{\text{FrS}} m_{\text{FrS}}) + m_E (c_W \vartheta_K - c_S) \\
 \vartheta_M &= \frac{\vartheta_H (c_{\text{Gl}} m_{\text{Gl}} + c_{\text{FrS}} m_{\text{FrS}}) + m_E (c_W \vartheta_K - c_S)}{c_W m_E + c_{\text{Gl}} m_{\text{Gl}} + c_{\text{FrS}} m_{\text{FrS}}} \\
 \vartheta_M &= \frac{24 \text{ }^\circ\text{C} (670 \frac{\text{J}}{\text{kg K}} \cdot 0,38 \text{ kg} + 4120 \frac{\text{J}}{\text{kg K}} \cdot 0,52 \text{ kg}) + 0,052 \text{ kg} (4180 \frac{\text{J}}{\text{kg K}} \cdot 0 \text{ }^\circ\text{C} - 334000 \frac{\text{J}}{\text{kg}})}{4180 \frac{\text{J}}{\text{kg K}} \cdot 0,052 \text{ kg} + 670 \frac{\text{J}}{\text{kg K}} \cdot 0,38 \text{ kg} + 4120 \frac{\text{J}}{\text{kg K}} \cdot 0,52 \text{ kg}} \\
 \vartheta_M &= \frac{57528 \frac{\text{J}}{\text{K}} \text{ }^\circ\text{C} - 17368 \frac{\text{J}}{\text{kg}} \text{ }^\circ\text{C}}{2614,36 \frac{\text{J}}{\text{kg}}} = \frac{40160}{2614,36} \text{ }^\circ\text{C} = 15,36 \text{ }^\circ\text{C} \approx 15,4 \text{ }^\circ\text{C}
 \end{aligned}$$

Bei der halben Eismenge würde die Mischungstemperatur $\vartheta_M = 15,4 \text{ }^\circ\text{C}$ betragen.



- c) Da in diesem Fall das Schmelzwasser nicht erwärmt wird, gilt: $Q_{\text{Erwärm}} = 0$
 Damit erhält man:

$$Q_{\text{Auf}} = Q_{\text{Ab}}$$

$$Q_{\text{Schmelz}} = Q_{\text{Glas}} + Q_{\text{FrS}}$$

$$c_S m_E = c_{\text{Gl}} m_{\text{Gl}} (\vartheta_H - \vartheta_M) + c_{\text{FrS}} m_{\text{FrS}} (\vartheta_H - \vartheta_M) \quad \text{mit } \vartheta_M = 0 \text{ }^\circ\text{C} \text{ folgt:}$$

$$c_S m_E = c_{\text{Gl}} m_{\text{Gl}} \vartheta_H + c_{\text{FrS}} m_{\text{FrS}} \vartheta_H$$

$$m_E = \frac{(c_{\text{Gl}} m_{\text{Gl}} + c_{\text{FrS}} m_{\text{FrS}}) \vartheta_H}{c_S}$$

$$m_E = \frac{(670 \frac{\text{J}}{\text{kg K}} \cdot 0,38 \text{ kg} + 4120 \frac{\text{J}}{\text{kg K}} \cdot 0,25 \text{ kg}) \cdot 24 \text{ }^\circ\text{C}}{334000 \frac{\text{J}}{\text{kg}}}$$

$$m_E = \frac{2397 \frac{\text{J}}{\text{K}} \cdot 24 \text{ }^\circ\text{C}}{334000 \frac{\text{J}}{\text{kg}}} = \frac{57528}{334000} \text{ kg} \approx 0,172 \text{ kg} = 172 \text{ g}$$

Um die Mischungstemperatur $0 \text{ }^\circ\text{C}$ zu erreichen, benötigt man mindestens 172 g Eis.

