14.10.2008

K l a u s u r   N r. 1   Gk   Ph 11

Aufgabe 1

Drei Kräfte $\vec{F_1} = 92\text{ N}$, $\vec{F_2} = 63\text{ N}$ und $\vec{F_3} = 51\text{ N}$ wirken in einer Ebene und greifen an einem gemeinsamen Punkt A an. Die Kräfte $\vec{F_1}$ und $\vec{F_2}$ schließen dabei den Winkel $\alpha_{1,2} = 96°$ ein, die Kräfte $\vec{F_2}$ und $\vec{F_3}$ den Winkel $\alpha_{2,3} = 60°$.
Der Winkel zwischen den Kräften $\vec{F_1}$ und $\vec{F_3}$ beträgt $\alpha_{1,3} = 156°$.
Bestimmen Sie zeichnerisch den Betrag der Gesamtkraft $\vec{F_{ges}} = \vec{F_1} + \vec{F_2} + \vec{F_3}$.

Aufgabe 2

Ein Lkw fährt zur Zeit $t_0 = 0$ mit der Geschwindigkeit $v_{Lkw} = 72\text{ km/h}$ an einem Motorradfahrer vorbei, der auf dem Randstreifen einer Landstraße steht. Eine halbe Minute später setzt der Motorradfahrer seine Fahrt fort und beschleunigt aus dem Stand heraus 5 s lang bis er die Geschwindigkeit $v_m = 99\text{ km/h}$ erreicht hat, die er anschließend beibehält.

a) Bestimmen Sie die Beschleunigung a des Motorradfahrers.

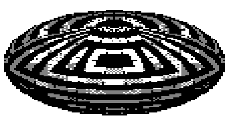
b) Welchen Weg s_a hat der Motorradfahrer während der Beschleunigungsphase zurückgelegt ?

c) Wie groß ist der Abstand zwischen Motorradfahrer und Lkw, wenn der Motorradfahrer seine Beschleunigungsphase beendet hat ?

d) Wieviel Sekunden nachdem der Lkw an dem Motorrad vorbei gefahren ist hat das Motorrad den Lkw eingeholt ?

Aufgabe 3

Die Windschutzscheibe eines Pkw hat gegenüber der Horizontalen einen Neigungswinkel von 60°. Der Pkw fährt durch ein Regenschauer. Dabei fallen die Regentropfen in Fahrzeughöhe mit der Geschwindigkeit $v_{Rt} = 5\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$ senkrecht nach unten.
Bestimmen Sie die Geschwindigkeit v_{Pkw} des Pkw, wenn die Regentropfen genau senkrecht auf die Windschutzscheibe prasseln.



Aufgabe 4

Beschreiben Sie ausführlich, wie im Unterricht das Weg-Zeit-Gesetzt für den freien Fall experimentell ermittelt wurde.
(Versuchsaufbau, Versuchsdurchführung, Auswertung der Meßergebnisse)

Aufgabe 5

Ein Fahrstuhl fährt zur Zeit $t = 0$ von der Aussichtsplattform eines $120\ \mathrm{m}$ hohen Turmes mit der konstanten Geschwindigkeit $v = 4\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$ abwärts.

Ebenfalls zur Zeit $t = 0$ läßt ein jugendlicher Spaßvogel einen mit Wasser gefüllten Luftballon d.h. eine sog. Wasserbombe von der Aussichtsplattform senkrecht nach unten fallen.
Die Beschleunigungs- und Abbremsphase des Aufzugs sowie die Luftreibung an der Wasserbombe sollen bei der Bearbeitung der folgenden Teilaufgaben vernachlässigt werden.

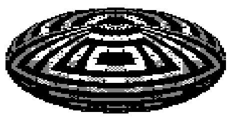
a) Wieviel Sekunden nach dem Abwurf zerplatzt die Wasserbombe am Boden ?

b) In welcher Höhe befindet sich der Fahrstuhl über dem Boden, wenn die Wasserbombe zerplatzt ?

Der jugendliche Spaßvogel läßt $10\ \mathrm{s}$ nach dem Start des Fahrstuhls noch eine zweite Wasserbombe von der Aussichtsplattform herunterfallen.

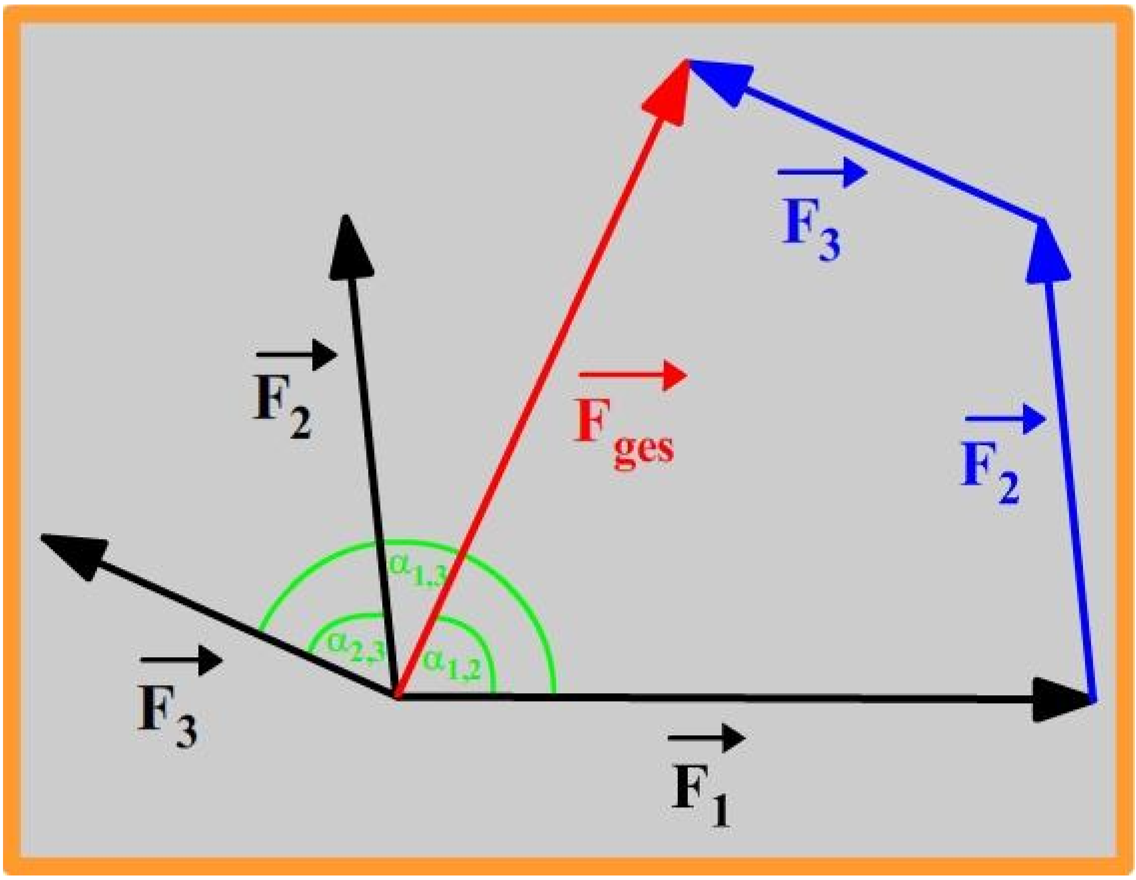
c) Welche Zeit ist der Fahrstuhl bereits unterwegs, wenn ihn die zweite Wasserbombe überholt ? (Ergebnis: $t_{ü} = 13{,}3\ \mathrm{s}$)

d) In welcher Höhe befinden sich der Fahrstuhl und die zweite Wasserbombe zur Zeit $t_{ü}$ des Überholvorgangs über dem Boden ?



L ö s u n g e n

Aufgabe 1



Maßstab: 10 N j 1 cm

Die Gesamtkraft $\vec{F}_{ges}$ hat den Betrag $\underline{\underline{\left|\vec{F}_{ges}\right| \approx 92\ \text{N}}}$.

Aufgabe 2

$v_{Lkw} = 72\ \text{km/h} = \frac{72}{3{,}6}\ \frac{\text{m}}{\text{s}} = 20\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$ $\qquad$ $v_M = 99\ \text{km/h} = \frac{99}{3{,}6}\ \frac{\text{m}}{\text{s}} = 27{,}5\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$

a) $a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{27{,}5\ \frac{\text{m}}{\text{s}}}{5\ \text{s}} = 5{,}5\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$

Die Beschleunigung des Motorradfahrers beträgt $\underline{\underline{a = 5{,}5\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}}$.

b) $s = \frac{1}{2}\, a\, t^2 = \frac{1}{2} \cdot 5{,}5\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot (5\ \text{s})^2 = 68{,}75\ \text{m}$

Der Motorradfahrer beschleunigtb entlang der Strecke $\underline{\underline{s = 68{,}75\ \text{m}}}$.

Fortsetzung von Aufgabe2

c) Wenn der Motorradfahrer seinen Beschleunigungsvorgang abgeschlossen hat, sind 35 s vergangen seitdem der Lkw an ihm vorbeigefahren ist. Der Lkw hat in dieser Zeit die Strecke

$s = v \cdot t = 20\,\frac{m}{s} \cdot 35\,s = 700\,m$ zurückgelegt.

Sei d der Abstand zwischen Motorradfahrer und Lkw, dann gilt:

$d = 700\,m - 68{,}75\,m = 631{,}25\,m$

Wenn der Motorradfahrer seine Endgeschwindigkeit erreicht hat, ist er noch $\underline{\underline{d = 631{,}25\,m}}$ vom Lkw entfernt.

d) $v_M - v_{Lkw} = 27{,}5\,\frac{m}{s} - 20\,\frac{m}{s} = 7{,}5\,\frac{m}{s}$

Der Motorradfahrer nähert sich dem Lkw mit der Relativgeschwindigkeit

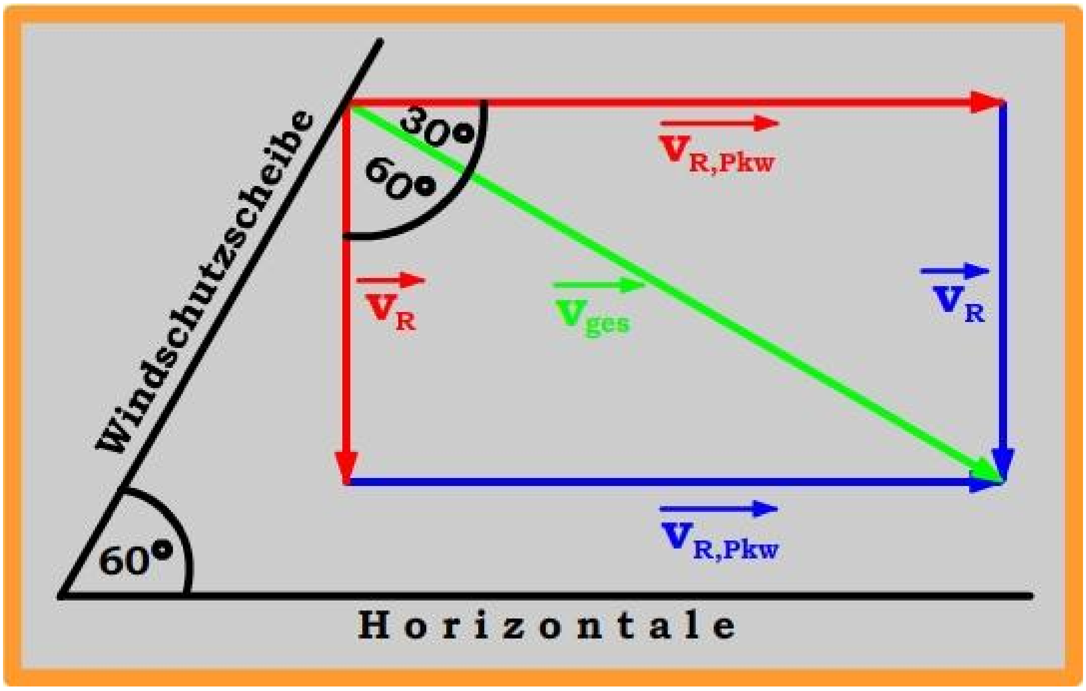
$v = 7{,}5\,\frac{m}{s}$. Mit dieser Geschwindigkeit wird die Distanz d in der Zeit

$t_d = \frac{d}{v} = \frac{631{,}25\,m}{7{,}5\,\frac{m}{s}} = 84{,}1\overline{6}\,s \approx 84{,}167\,s$ aufgeholt.

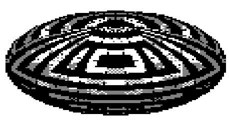
$t_{Einhol} = 30\,s + 5\,s + 84{,}167\,s = 119{,}167\,s \approx 2\,min$

Nachdem der Lkw am Motorrad vorbeigefahren ist, dauert es noch <u>2 Minuten</u> bis es den Lkw eingeholt hat.

Aufgabe 3



Maßstab: $1\,\frac{m}{s}$ j $1\,cm$



Die Regentropfen haben die Geschwindigkeit $\vec{v}_R = 5\ \frac{m}{s}$. Diese Geschwindigkeit ist nach unten gerichtet. Durch die Geschwindigkeit des Pkw's erhalten sie noch relativ zum Fahrzeug die Geschwindigkeitskomponente $\vec{v}_{R,Pkw}$. Diese beiden Geschwindigkeiten addieren sich vektoriell zur Gesamtgeschwindigkeit $\vec{v}_{ges}$, die senkrecht zur Windschutzscheibe gerichtet ist.
Aus der Zeichnung entnimmt man:

$$\tan 30° = \frac{v_R}{V_{R,Pkw}} \quad \Leftrightarrow \quad v_{R,Pkw} = \frac{V_R}{\tan 30°} = \frac{5\ \frac{m}{s}}{\tan 30°} \approx 8{,}66\ \frac{m}{s}$$

Die Geschwindigkeit des Pkw's ist betragsmäßig genau so groß wie die relative Geschwindigkeit der Regentropfen zur Windschutzscheibe.

Der Pkw fährt also mit der Geschwindigkeit $\underline{\underline{v_{Pkw} = 8{,}66\ \frac{m}{s} = 31{,}176\ km/h.}}$

Aufgabe 4

Man misst die Fallzeit einer Kugel aus verschiedenen Höhen, und zwar von 5 cm bis 50 cm Höhe in Abständen von jeweils 5 cm.
Als Versuchsanordnung dient eine Auslösevorrichtung für den freien Fall, die man auf verschiedene Höhen einstellen kann. Beim Ausklinken der Kugel für den freien Fall wird gleichzeitig eine Stoppuhr in Gang gesetzt.
Die Kugel fällt anschließend auf eine Unterlage, die beim Aufprall der Kugel über eine Feder einen Schalter betätigt, der die Stoppuhr anhält.
Die Wertepaare (Fallzeit t und Fallhöhe s) werden in einer Wertetabelle eingetragen. Anschließend zeichnet man den Graphen der Funktion s(t) in ein Koordinatensystem. Der Graph hat die Form des rechten Zweiges einer nach oben geöffneten Parabel, die durch den koordinatenursprung verkläuft.
Wenn dem Graphen tatsächlich eine derartige Funktion zugrunde liegt, so muss gelten: $s(t) = c \cdot t^2$ mit $c = \frac{s}{t^2} = \text{const.}$

Bererchnet man für alle Wertepaare den Quotienten $\frac{s}{t^2}$, so erhält man stets das konstante Ergebnis $\frac{s}{t^2} = 4{,}905\ \frac{m}{s^2}$

Damit ist bewiesen, dass die Vermutung zutrifft und es bei der gesuchten Funktion um eine Parabel handelt.

Das Weg-Zeit-Gesetzt für den freien Fall lautet. $s(t) = 4{,}905\ \frac{m}{s^2} \cdot t^2$

Da die Konstante $4{,}905\ \frac{m}{s^2}$ gleich der halben Erdbeschleunigung g ist, gilt:

$$\underline{\underline{s(t) = \frac{1}{2}\, g\, t^2.}}$$

Aufgabe 5

a) $s = \frac{1}{2} g t^2 \quad \Rightarrow \quad t = \sqrt{\frac{2\,s}{g}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 120\ \text{m}}{9{,}81\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}} = 4{,}946\ \text{s}$

Die Wasserbombe schlägt nach der Zeit $\underline{\underline{t = 4{,}946\ \text{s}}}$ auf den Boden auf.

b) $s_{Fst} = v \cdot t = 4\ \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 4{,}946\ \text{s} \approx 19{,}785\ \text{m}$

$120\ \text{m} - 19{,}785\ \text{m} = 100{,}215\ \text{m}$

Zum Zeitpunkt des Zerplatzens der Wasserbombe befindet sich der Fahrstuhl noch $\underline{\underline{100{,}215\ \text{m}}}$ über dem Boden.

c) Sei $x := 10\ \text{s}$

$s_F = v \cdot t$ Weg-Zeit-Gesetzt für den Fahrstuhl

$s_{Wb} = \frac{1}{2} g (t - x)^2$ Weg-Zeit-Gesetzt für die Wasserbombe

Wenn die Wasserbombe den Fahrstuhl überholt sind beide Wege gleich.
Durch Gleichsetzen der beiden Weg-Zeit-Gesetze erhält man:

$$\frac{1}{2} g (t - x)^2 = v \cdot t$$

$$(t - x)^2 = \frac{2\,v}{g}\, t$$

$$t^2 - 2\,x\,t + x^2 = \frac{2\,v}{g}\, t$$

$$t^2 - 2\,x\,t - \frac{2\,v}{g}\, t = -x^2$$

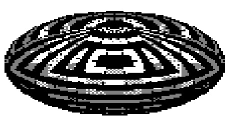
$$t^2 - 2\left(x + \frac{v}{g}\right) t = -x^2$$

$$t^2 - 2\left(x + \frac{v}{g}\right) t + \left(x + \frac{v}{g}\right)^2 = \left(x + \frac{v}{g}\right)^2 - x^2$$

$$t_{1,2} - \left(x + \frac{v}{g}\right) = \pm \sqrt{\left(x + \frac{v}{g}\right)^2 - x^2}$$

$$t_{1,2} = x + \frac{v}{g} \pm \sqrt{\left(x + \frac{v}{g}\right)^2 - x^2}$$

$$t_{1,2} = 10\ \text{s} + \frac{4\ \frac{\text{m}}{\text{s}}}{9{,}81\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} \pm \sqrt{\left(10\ \text{s} + \frac{4\ \frac{\text{m}}{\text{s}}}{9{,}81\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}\right)^2 - \left(10\ \text{s}\right)^2}$$



<u>Fortsetzung von Aufgabe 5 c</u>

$$t_{1,2} = 10{,}4077\ \text{s} \pm \sqrt{8{,}321201711\ \text{s}^2}$$

$$t_1 = 10{,}4077\ \text{s} + 2{,}8846\ \text{s} = 13{,}292\ \text{s} \approx 13{,}3\ \text{s}$$

$$t_2 = 10{,}4077\ \text{s} - 2{,}8846\ \text{s} = 7{,}5231\ \text{s} \approx 7{,}5\ \text{s}$$

Nur das Ergebnis $t_1 = 13{,}3$ s ist sinnvoll, da zur Zeit $t_2 = 7{,}5$ s der Abwurf der Wasserbombe noch gar nicht stattgefunden hat.

Der Fahrstuhl ist also $\underline{\underline{t_1 = 13{,}3\ \text{s}}}$ unterwegs, wenn ihn die zweite Wasserbombe einholt.

d) Durch Einsetzen der Zeit t_1 in das Weg-Zeit-Gesetz für den Fahrstuhl erhält man: $s_F = 4\ \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 13{,}3\ \text{s} \approx 53{,}2\ \text{m}$

$$h = 120\ \text{m} - 53{,}2\ \text{m} = 66{,}8\ \text{m}$$

Der Fahrstuhl und die Wasserbombe befinden sich zur Zeit des Überholvorgangs $\underline{\underline{66{,}8\ \text{m}}}$ über dem Boden.

Wenn man t_1 das Weg-Zeit-Gesetzt für die Wasserbombe einsetzt erhält man: $s_{W,b} = \frac{1}{2}\, g\, (13{,}3\ \text{s} - 10\ \text{s})^2 = \frac{1}{2} \cdot 9{,}81\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot (3{,}3\ \text{s})^2 \approx 53{,}4\ \text{m}$

$$h = 120\ \text{m} - 53{,}4\ \text{m} = 66{,}6\ \text{m}$$

Der Fahrstuhl und die Wasserbombe befinden sich zur Zeit des Überholvorgangs $\underline{\underline{66{,}6\ \text{m}}}$ über dem Boden.

Die Differenz von 0,2 m der beiden Ergebnisse kommt nur durch Rundungsfehler zustande.