

Klausur Nr. 2

Aufgabe 1

Ein Fahrzeug durchfährt eine überhöhte Kurve, die gegenüber der Horizontalen einen Winkel von 25° hat. Das Fahrzeug wird dabei mit der Kraft $\vec{F}_{\text{ges}} = 12000 \text{ N}$ senkrecht auf die Fahrbahn gedrückt.

- a) Bestimmen Sie die Gewichtskraft \vec{F}_G des Fahrzeugs.
 b) Bestimmen Sie die Fliehkraft \vec{F}_{Fl} , die auf das Fahrzeug wirkt.

Aufgabe 2

Ein Hammer der Masse $m = 1,25 \text{ kg}$ wird mit der Geschwindigkeit $v = 25 \text{ km/h}$ auf einen Nagel geschlagen. Der Nagel dringt durch den Hammerschlag 3 cm tief in eine Unterlage ein.

- a) Berechnen Sie die Bremsbeschleunigung des Hammers.
 b) Welche durchschnittliche Kraft wirkt bei dem Einschlag auf den Nagel ?
 c) Wie lange dauert der Einschlagvorgang ?
 d) Berechnen Sie die Energie, die während des Hammerschlags umgewandelt wird.
 e) Welche durchschnittliche Leistung in der Einheit Ps (Pferdestärke) wird während des Einschlags umgesetzt ? $1 \text{ kW} = 1,36 \text{ Ps}$

Aufgabe 3

Ein Fahrzeug der Masse $m = 15 \text{ t}$ beschleunigt aus dem Stand heraus 6 s entlang der Strecke s_1 bis es die Geschwindigkeit $v_1 = 32,4 \text{ km/h}$ erreicht hat.

Anschließend beschleunigt das Fahrzeug 8 s lang mit einer Schubkraft von $F_{\text{Schub}} = 11250 \text{ N}$. Während dieser zweiten Beschleunigungsphase legt es die Strecke $s_2 = 96 \text{ m}$ zurück. Das Fahrzeug fährt nun 7 s lang mit dieser Geschwindigkeit v_2 weiter. Danach bremst es innerhalb von 5 s auf die Geschwindigkeit Null ab und bleibt dann stehen.

- a) Berechnen Sie für die beiden Beschleunigungsintervalle die Beschleunigungen a_1 und a_2 . (Ergebnisse: $a_1 = 1,5 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$, $a_2 = 0,75 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$)
 b) Welchen Weg $s_{1,2}$ hat das Fahrzeug am Ende der zweiten Beschleunigungsphase zurückgelegt ? (Ergebnis: $s_{1,2} = 123 \text{ m}$)
 c) Berechnen Sie die Bremsbeschleunigung und den Bremsweg.
 d) Welche Gesamtstrecke s_{ges} hat das Fahrzeug vom Start bis zum erneuten Stillstand zurückgelegt ?



Fortsetzung von Aufgabe 3

- e) Zeichnen Sie für die gesamte Bewegung ein Geschwindigkeit-Zeit-Diagramm.
- f) 1) Auf welche Weise kann man dem Geschwindigkeit-Zeit-Diagramm den insgesamt zurückgelegten Weg s_{ges} des Fahrzeugs entnehmen ?
2) Bestätigen Sie Ihre Aussage aus 1) durch Rechnung.

Aufgabe 4

Zwei Orte A und B sind 17,090 km voneinander entfernt. Um 17.30 Uhr startet von A aus ein Lkw in Richtung B und beschleunigt mit $a = 1,25 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ bis er seine Endgeschwindigkeit $v_A = 72 \text{ km/h}$ erreicht hat, die er anschließend beibehält. Während der Beschleunigung wirkt auf den Lkw die Schubkraft $F_{\text{Schub}} = 35 \text{ kN}$. Um 17.32 Uhr startet von B aus ein Pkw in Richtung A, der entlang der Strecke $s_{B1} = 150 \text{ m}$ auf seine Endgeschwindigkeit $v_{\text{Pkw}} = 108 \text{ km/h}$ beschleunigt, die er dann beibehält.

- a) Berechnen Sie die Masse des Lkw's, seine Beschleunigungszeit und die Länge seiner Beschleunigungsstrecke.
- b) Berechnen Sie die Beschleunigung des Pkw's und die Dauer des Beschleunigungsvorgangs.
- c) Um welche Uhrzeit fahren die beiden Fahrzeuge aneinander vorbei ?
- d) Wie weit ist die Stelle von A aus entfernt, an der die beiden Fahrzeuge aneinander vorbeifahren ?

Aufgabe 5

Zwei Pkw (Pkw1 und Pkw2) nähern sich mit den konstanten Geschwindigkeiten $v_1 = 72 \text{ km/h}$ und $v_2 = 45 \text{ km/h}$ aus verschiedenen Richtungen einer unübersichtlichen Kreuzung. Zur Zeit $t = 0$ ist Pkw1 noch 160 m und Pkw2 noch 100 m von der Kreuzung entfernt. Dabei fährt Pkw1 auf einer Vorfahrtstrasse. Der Fahrer von Pkw2 ist unaufmerksam und übersieht sowohl das Stoppschild als auch den herannahenden Pkw1.

- a) Weisen Sie durch Rechnung nach, dass es zu einem Unfall kommt, wenn der Fahrer von Pkw1 nicht reagiert und seine Fahrt mit konstanter Geschwindigkeit fortsetzt.
Zu welcher Zeit t_{Crash} würde sich der Zusammenstoß ereignen ?
- b) Der Fahrer von Pkw1 bemerkt die drohende Gefahr und tritt 18 m vor der Kreuzung voll auf die Bremse. Die maximale Bremsbeschleunigung seines Fahrzeugs beträgt $a_{\text{max,brems}} = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$.

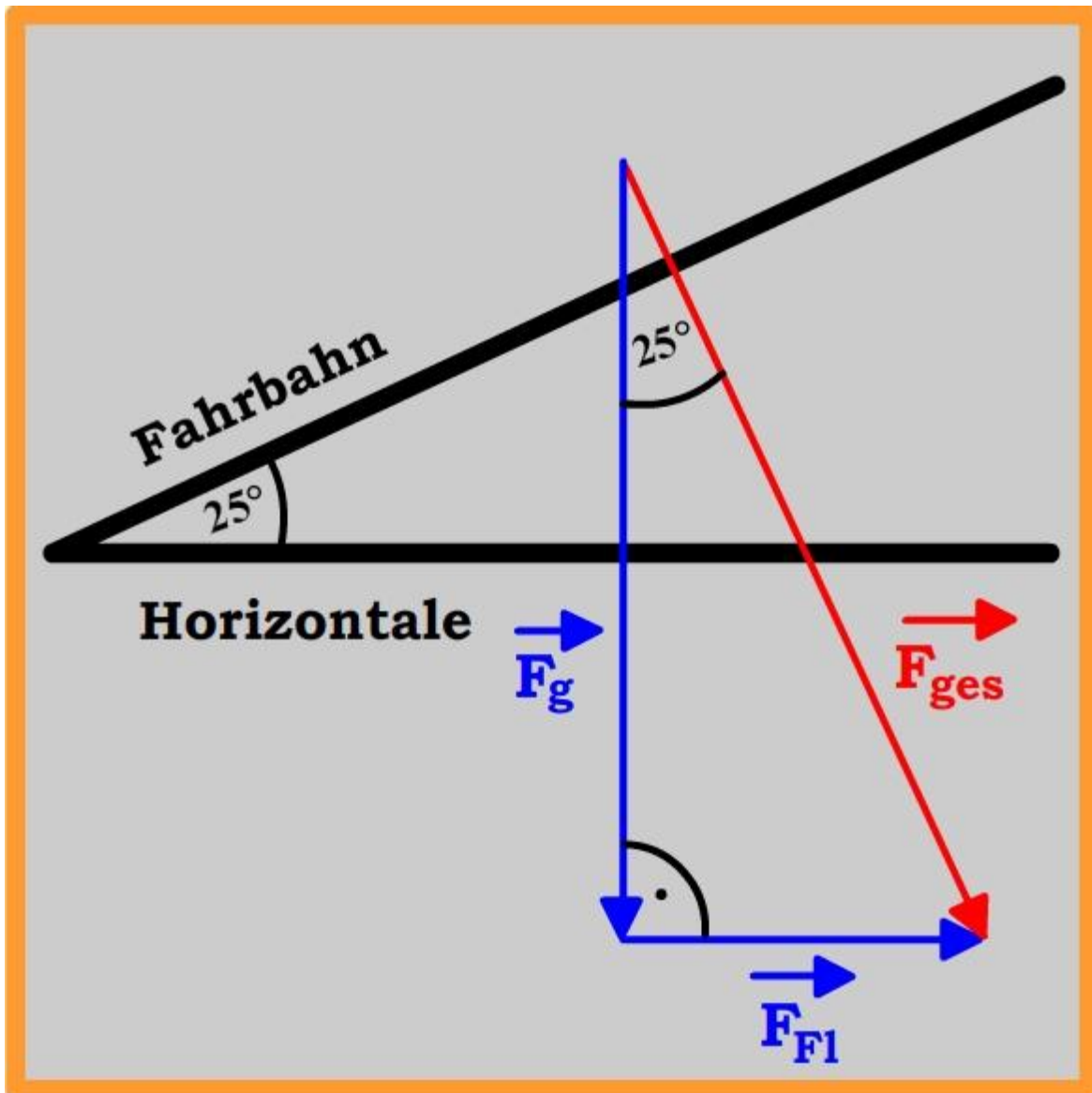
Der Fahrer des Pkw1 kann den Unfall nur dann verhindern, wenn er die Kreuzung 0,4 s später als die in a) berechnete Crashzeit passiert.

Kann der Fahrer von Pkw1 durch die Vollbremsung den Zusammenstoß noch verhindern ?



Lösungen

Aufgabe 1



Maßstab: 1000 N \varnothing 1 cm

a) Aus der Zeichnung entnimmt man:

$$\cos 25^\circ = \frac{F_g}{F_{\text{ges}}} \Leftrightarrow F_g = F_{\text{ges}} \cdot \cos 25^\circ = 12000 \text{ N} \cdot \cos 25^\circ \approx 10876 \text{ N}$$

Die Gewichtskraft des Fahrzeugs beträgt $F_g = 10876 \text{ N}$.

b) Aus der Zeichnung entnimmt man:

$$\sin 25^\circ = \frac{F_{\text{Fl}}}{F_{\text{ges}}} \Leftrightarrow F_{\text{Fl}} = F_{\text{ges}} \cdot \sin 25^\circ = 12000 \text{ N} \cdot \sin 25^\circ \approx 5071 \text{ N}$$

Auf das Fahrzeug wirkt die Fliehkraft $F_{\text{Fl}} = 5071 \text{ N}$.



Aufgabe 2

a) $s = \frac{1}{2} a_{\text{brems}} \cdot t^2$ (*)

$v = a \cdot t \Leftrightarrow t = \frac{v}{a}$ Durch Einsetzen in (*) erhält man:

$$s = \frac{1}{2} \cdot a_{\text{brems}} \cdot \frac{v^2}{a_{\text{brems}}^2} = \frac{1}{2} \cdot \frac{v^2}{a_{\text{brems}}} \Leftrightarrow$$

$$a_{\text{brems}} = \frac{v^2}{2 \cdot s} = \frac{(25 \text{ km/h})^2}{2 \cdot 3 \text{ cm}} = \frac{\left(\frac{25}{3,6} \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2}{2 \cdot 0,03 \text{ m}} = 803,755 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \approx 804 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

Die Bremsbeschleunigung des hammers beträgt $\underline{\underline{a_{\text{brems}} = 804 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}}$.

b) $F = m \cdot a_{\text{brems}} = 1,25 \text{ kg} \cdot 804 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 1005 \text{ N}$

Bei dem Einschlag wirkt auf den Nagel die durchschnittliche Kraft $\underline{\underline{F = 1005 \text{ N}}}$.

c) Durch Einsetzen der Werte in die Gleichung $t = \frac{v}{a}$ erhält man:

$$t = \frac{25 \text{ km/h}}{804 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} = \frac{\frac{25}{3,6} \frac{\text{m}}{\text{s}}}{804 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} \approx 8,367 \cdot 10^{-3} \text{ s}$$

Der Einschlagvorgang dauert $\underline{\underline{t = 8,367 \cdot 10^{-3} \text{ s}}}$.

d) $W = F \cdot s = 1005 \text{ N} \cdot 3 \text{ cm} = 1005 \text{ N} \cdot 0,03 \text{ m} = 30,15 \text{ J}$

Es wird bei dem Einschlag die Energie $\underline{\underline{W = 30,15 \text{ J}}}$ in Wärme umgewandelt.

e) $P = \frac{W}{t} = \frac{30,15 \text{ J}}{8,367 \cdot 10^{-3} \text{ s}} \approx 3603 \text{ W} = 3,603 \text{ kW} = 3,603 \cdot 1,36 \text{ Ps} \approx 4,9 \text{ Ps}$

Während des Einschlags wird die Leistung $\underline{\underline{P = 4,9 \text{ Ps}}}$ umgesetzt.

Aufgabe 3

a) $a_1 = \frac{v_1}{t_1} = \frac{32,4 \text{ km/h}}{6 \text{ s}} = \frac{\frac{32,4}{3,6} \frac{\text{m}}{\text{s}}}{6 \text{ s}} = 1,5 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$

Im ersten Zeitintervall beschleunigt das Fahrzeug mit $\underline{\underline{a_1 = 1,5 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}}$.

$$F = m \cdot a_2 \Leftrightarrow a_2 = \frac{F}{m} = \frac{11250 \text{ N}}{15 \text{ t}} = \frac{11250 \text{ N}}{15000 \text{ kg}} = 0,75 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

In der zweiten Phase beträgt die Beschleunigung des Fahrzeugs

$\underline{\underline{a_2 = 0,75 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}}$



Fortsetzung von Aufgabe 3

$$\mathbf{b)} \quad s_1 = \frac{1}{2} a_1 t_1^2 = \frac{1}{2} \cdot 1,5 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot (6 \text{ s})^2 = 27 \text{ m}$$

$$v_2 = v_1 + a_2 t_2 = 9 \frac{\text{m}}{\text{s}} + 0,75 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 8 \text{ s} = 9 \frac{\text{m}}{\text{s}} + 6 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 15 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$s_2 = v_1 t_2 + \frac{1}{2} a_2 t_2^2 = 9 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 8 \text{ s} + \frac{1}{2} \cdot 0,75 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot (8 \text{ s})^2$$

$$s_2 = 72 \text{ m} + 24 \text{ m} = 96 \text{ m}$$

$$s_{1/2} = s_1 + s_2 = 27 \text{ m} + 96 \text{ m} = 123 \text{ m}$$

Nach der zweiten Beschleunigungsphase, d.h. nach 14 s hat das Fahrzeug den Weg $s_{1/2} = 123 \text{ m}$ zurückgelegt.

$$\mathbf{c)} \quad a_{\text{brems}} = \frac{v_2}{t_{\text{brems}}} = \frac{15 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{5 \text{ s}} = 3 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

Die Bremsbeschleunigung beträgt: $a_{\text{brems}} = 3 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$

$$s_{\text{brems}} = v_2 t_{\text{brems}} - \frac{1}{2} a_{\text{brems}} t_{\text{brems}}^2 = 15 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 5 \text{ s} - \frac{1}{2} \cdot 3 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot (5 \text{ s})^2 =$$

$$75 \text{ m} - 37,5 \text{ m} = 37,5 \text{ m}$$

Der Bremsweg beträgt: $s_{\text{brems}} = 37,5 \text{ m}$

$$\mathbf{d)} \quad s_{\text{ges}} = s_{1/2} + s_{v,\text{const}} + s_{\text{brems}} \quad \text{mit}$$

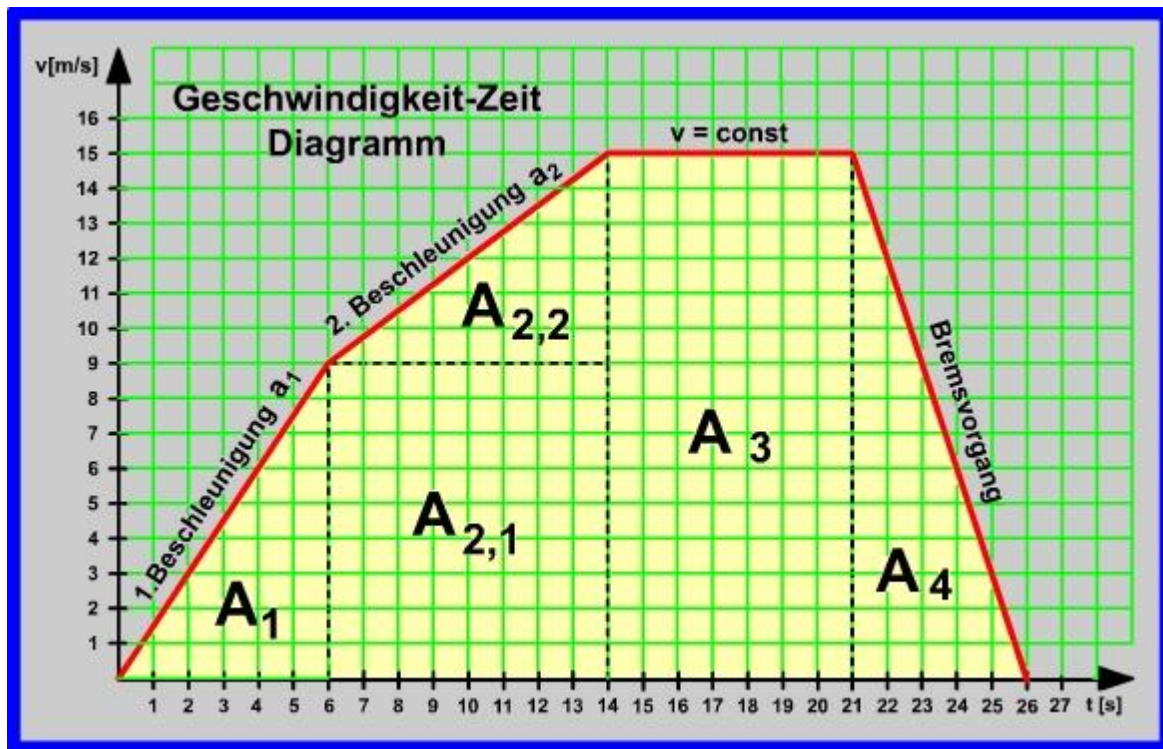
$$s_{v,\text{const}} = v_2 t_{v,\text{const}} = 15 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 7 \text{ s} = 105 \text{ m} \quad \Rightarrow$$

$$s_{\text{ges}} = 123 \text{ m} + 105 \text{ m} + 37,5 \text{ m} = 262,5 \text{ m}$$

Die gesamte Fahrstrecke beträgt: $s_{\text{ges}} = 262,5 \text{ m}$



Aufgabe 3 e



3f) 1. Der Inhalt der Fläche, die der Graph der Funktion $v(t)$ mit der t -Achse im Intervall $[0s, 26 s]$ einschließt, ist ein Maß für den insgesamt zurückgelegten Weg. Man muss also nur diesen Flächeninhalt bestimmen.

3f) 2. Die Fläche unterhalb des Funktionsgraphen setzt sich aus den 5 Teilflächen $A_1, A_{2,1}, A_{2,2}, A_3$ und A_4 zusammen.

Für den Flächeninhalt gilt:

$$\begin{aligned} A &= A_1 + A_{2,1} + A_{2,1} + A_{2,2} + A_3 + A_4 \\ &= \frac{1}{2} \cdot 9 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 6 \text{ s} + 9 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 8 \text{ s} + \frac{1}{2} \cdot 6 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 8 \text{ s} + 15 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 7 \text{ s} + \frac{1}{2} \cdot 15 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 5 \text{ s} \\ &= 27 \text{ m} + 72 \text{ m} + 24 \text{ m} + 105 \text{ m} + 37,5 \text{ m} \\ &= 265,5 \text{ m} \end{aligned}$$

Die gesamte Fahrstrecke beträgt: $\underline{\underline{s_{\text{ges}} = 262,5 \text{ m}}}$. Dieser Wert stimmt mit dem aus Aufgabe 3d

überein.

Aufgabe 4

a) $F = m \cdot a \Leftrightarrow m = \frac{F}{a} = \frac{35000 \text{ N}}{1,25 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} = 28000 \text{ kg} = 28 \text{ t}$

Der Lkw hat die Masse: $\underline{\underline{m = 28 \text{ t}}}$



Fortsetzung von Aufgabe 4 a

$$v = a t_a \quad \Leftrightarrow \quad t_a = \frac{v}{a} = \frac{72 \text{ km/h}}{1,25 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} \cdot \frac{1}{3,6} \frac{\text{m}}{\text{s}} = \frac{20 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{1,25 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} = 16 \text{ s}$$

Der Lkw beschleunigt $t_a = 16 \text{ s}$ lang bis er seine Endgeschwindigkeit erreicht hat.

$$s_{a,\text{Lkw}} = \frac{1}{2} a t^2 = \frac{1}{2} \cdot 1,25 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot (16 \text{ s})^2 = 160 \text{ m}$$

Die Beschleunigungsstrecke des Lkw's beträgt: $s_{a,\text{Lkw}} = 160 \text{ m}$

b) $s_{B1} = \frac{1}{2} a t^2 \quad (*)$

$$v = a t \quad \Leftrightarrow \quad t = \frac{v}{a} \quad \text{Einsetzen in } (*) \text{ ergibt:}$$

$$s_{B1} = \frac{1}{2} a \left(\frac{v}{a} \right)^2 \quad \Leftrightarrow \quad s_{B1} = \frac{1}{2} \frac{v^2}{a} \quad \Leftrightarrow \quad a = \frac{1}{2} \frac{v^2}{s_{B1}}$$

$$a = \frac{\frac{1}{2} \cdot (108 \text{ km/h})^2}{150 \text{ m}} = \frac{\frac{1}{2} \cdot \left(\frac{108}{3,6} \frac{\text{m}}{\text{s}} \right)^2}{150 \text{ m}} = 3 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

$$t = \frac{v}{a} = \frac{30 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{3 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} = 10 \text{ s}$$

Der Pkw beschleunigt $t = 10 \text{ s}$ lang mit $a = 3 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$.

- c)** Nachdem der Pkw seinen Beschleunigungsvorgang beendet hat, ist der Lkw bereits $2 \text{ min } 10 \text{ s} = 130 \text{ s}$ lang unterwegs.
Der Lkw befindet sich zu diesem Zeitpunkt an der folgenden Weg zurückgelegt: $s_{\text{Lkw}} = s_{a,\text{Lkw}} + s_{v,\text{Lkw}}$.

Dabei ist $s_{a,\text{Lkw}} = 160 \text{ m}$ und $s_{v,\text{Lkw}}$ der Weg, den der Lkw anschließend bis zur Zeit $t = 130 \text{ s}$ mit der konstanten Geschwindigkeit

$$v = 72 \text{ km/h} = 20 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

zurücklegt.

$$s_{v,\text{Lkw}} = v (t - t_a) = 20 \frac{\text{m}}{\text{s}} (130 \text{ s} - 16 \text{ s}) = 20 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 114 \text{ s} = 2280 \text{ m}$$

$$s_{\text{Lkw}} = 160 \text{ m} + 2280 \text{ m} = 2440 \text{ m}$$

Der Pkw hat zu diesem Zeit die Strecke $s_{B1} = 150 \text{ m}$ zurückgelegt. s.Aufgabe.

Zur Zeit $t^* = 17.32 \text{ Uhr} + 10 \text{ s}$ haben Lkw und Pkw voneinander den Abstand $d = 17090 \text{ m} - 2440 \text{ m} - 150 \text{ m} = 14500 \text{ m}$

Lkw und Pkw bewegen sich mit der gemeinsamen Relativgeschwindigkeit

$$v_{\text{rel}} = v_{\text{Lkw}} + v_{\text{Pkw}} = 20 \frac{\text{m}}{\text{s}} + 30 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 50 \frac{\text{m}}{\text{s}} \text{ aufeinander zu.}$$



Fortsetzung von Aufgabe 4 c

Bis zum Treffpunkt benötigen sie noch die Zeit

$$t = \frac{d}{v_{\text{rel}}} = \frac{14500 \text{ m}}{50 \frac{\text{m}}{\text{s}}} = 290 \text{ s} = 4 \text{ min } 50 \text{ s}$$

$$t_{\text{treff}} = 17.32 \text{ Uhr} + 10 \text{ s} + 4 \text{ min } 50 \text{ s} = 17.37 \text{ Uhr}$$

Die beiden Fahrzeuge fahren zur Zeit 17.37 Uhr aneinander vorbei.

$$\text{d) } s_A = 150 \text{ m} + 30 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 290 \text{ s} = 150 \text{ m} + 8700 \text{ m} = 8850 \text{ m}$$

Die Stelle, an der die beiden Fahrzeuge aneinander vorbeifahren, ist

$$\underline{s_A = 8850 \text{ m}} \text{ vom Ort A entfernt.}$$

Aufgabe 5

$$\text{a) } s = v \cdot t \Leftrightarrow t = \frac{s}{v}$$

$$t_1 = \frac{s_1}{v_1} = \frac{160 \text{ m}}{72 \text{ km/h}} = \frac{160 \text{ m}}{\frac{72}{3,6} \frac{\text{m}}{\text{s}}} = \frac{160 \text{ m}}{20 \frac{\text{m}}{\text{s}}} = 8 \text{ s}$$

$$t_2 = \frac{s_2}{v_2} = \frac{100 \text{ m}}{45 \text{ km/h}} = \frac{100 \text{ m}}{\frac{45}{3,6} \frac{\text{m}}{\text{s}}} = \frac{100 \text{ m}}{12,5 \frac{\text{m}}{\text{s}}} = 8 \text{ s}$$

Die beiden Fahrzeuge passieren die Kreuzung; zur gleichen Zeit

$$\underline{t_1 = t_2 = 8 \text{ s}}; \text{ folglich kommt es zu einem Zusammenstoß.}$$

b) Ungebremst würde der Pkw₁ die Reststrecke von 18 m in folgender Zeit

$$\text{zurücklegen: } t_{18} = \frac{18 \text{ m}}{20 \frac{\text{m}}{\text{s}}} = 0,9 \text{ s}$$

Das Weg-Zeit-Gesetz für den bremsenden Pkw₁ lautet: $s = vt - \frac{1}{2} at^2$

Durch Auflösen nach t erhält man die Zeit, die der bremsende Pkw₁ für die Strecke von 18 m benötigt.

$$-\frac{1}{2} at^2 + vt = s \Leftrightarrow at^2 - 2vt = -2s \Leftrightarrow$$

$$t^2 - 2\frac{v}{a}t = -2\frac{s}{a} \Leftrightarrow t^2 - 2\frac{v}{a}t + \frac{v^2}{a^2} = \frac{v^2}{a^2} - 2\frac{s}{a} \Rightarrow$$

$$t_{1,2} - \frac{v}{a} = \pm \sqrt{\frac{v^2}{a^2} - 2\frac{s}{a}} \Leftrightarrow t_{1,2} = \frac{v}{a} \pm \sqrt{\frac{v^2}{a^2} - 2\frac{s}{a}}$$

$$t_{1,2} = \frac{20 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} \pm \sqrt{\frac{\left(20 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2}{\left(10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right)^2} - 2 \cdot \frac{18 \text{ m}}{10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}}$$



Fortsetzung von Aufgabe 5 b

$$t_{1,2} = 2 \text{ s} \pm 0,63245 \text{ s}$$

$$t_1 = 2,63245 \text{ s} \quad t_2 = 1,3675 \text{ s} = t_{\text{brems}}$$

Nur das Ergebnis t_2 ist von Bedeutung, weil $t_2 < t_{\text{Stop}} = 2 \text{ s}$ ist, in der ein Fahrzeug mit der Geschwindigkeit $v = 20 \frac{\text{m}}{\text{s}}$, das mit $a = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ bis zum

Stillstand abgebremst würde. $t_{\text{Stop}} = \frac{v}{a} = \frac{20 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} = 2 \text{ s}$

Also gilt: $t_{\text{brems}} = 1,3675 \text{ s}$

$$1,3675 \text{ s} - 0,9 \text{ s} = 0,4675 \text{ s} > 0,4 \text{ s}$$

Der Unfall kann noch verhindert werden.

