

Klausur Nr. 2

Aufgabe 1

Ein Fahrzeug durchfährt eine überhöhte Kurve, die gegenüber der Horizontalen einen Winkel von 25° hat. Das Fahrzeug wird dabei mit der Kraft $\vec{F}_{\text{ges}} = 12000 \text{ N}$ senkrecht auf die Fahrbahn gedrückt.

- a) Bestimmen Sie die Gewichtskraft \vec{F}_G des Fahrzeugs.
 b) Bestimmen Sie die Fliehkraft \vec{F}_{Fl} , die auf das Fahrzeug wirkt.

Aufgabe 2

Ein Hammer der Masse $m = 1,25 \text{ kg}$ wird mit der Geschwindigkeit $v = 25 \text{ km/h}$ auf einen Nagel geschlagen. Der Nagel dringt durch den Hammerschlag 3 cm tief in eine Unterlage ein.

- a) Berechnen Sie die Bremsbeschleunigung des Hammers.
 b) Welche durchschnittliche Kraft wirkt bei dem Einschlag auf den Nagel?
 c) Wie lange dauert der Einschlagvorgang?
 d) Berechnen Sie die Energie, die während des Hammerschlags umgewandelt wird.
 e) Welche durchschnittliche Leistung in der Einheit Ps (Pferdestärke) wird während des Einschlags umgesetzt? $1 \text{ kW} = 1,36 \text{ Ps}$

Aufgabe 3

Ein Fahrzeug der Masse $m = 15 \text{ t}$ beschleunigt aus dem Stand heraus 6 s entlang der Strecke s_1 bis es die Geschwindigkeit $v_1 = 32,4 \text{ km/h}$ erreicht hat.

Anschließend beschleunigt das Fahrzeug 8 s lang mit einer Schubkraft von $F_{\text{Schub}} = 11250 \text{ N}$. Während dieser zweiten Beschleunigungsphase legt es die Strecke $s_2 = 96 \text{ m}$ zurück. Das Fahrzeug fährt nun 7 s lang mit dieser Geschwindigkeit v_2 weiter. Danach bremst es innerhalb von 5 s auf die Geschwindigkeit Null ab und bleibt dann stehen.

- a) Berechnen Sie für die beiden Beschleunigungsintervalle die Beschleunigungen a_1 und a_2 . (Ergebnisse: $a_1 = 1,5 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$, $a_2 = 0,75 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$)
 b) Welchen Weg $s_{1,2}$ hat das Fahrzeug am Ende der zweiten Beschleunigungsphase zurückgelegt? (Ergebnis: $s_{1,2} = 123 \text{ m}$)
 c) Berechnen Sie die Bremsbeschleunigung und den Bremsweg.
 d) Welche Gesamtstrecke s_{ges} hat das Fahrzeug vom Start bis zum erneuten Stillstand zurückgelegt?



Fortsetzung von Aufgabe 3

- e) Zeichnen Sie für die gesamte Bewegung ein Geschwindigkeit-Zeit-Diagramm.
- f) 1) Auf welche Weise kann man dem Geschwindigkeit-Zeit-Diagramm den insgesamt zurückgelegten Weg s_{ges} des Fahrzeugs entnehmen ?
2) Bestätigen Sie Ihre Aussage aus 1) durch Rechnung.

Aufgabe 4

Zwei Orte A und B sind 17,090 km voneinander entfernt. Um 17.30 Uhr startet von A aus ein Lkw in Richtung B und beschleunigt mit $a = 1,25 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ bis er seine Endgeschwindigkeit $v_A = 72 \text{ km/h}$ erreicht hat, die er anschließend beibehält. Während der Beschleunigung wirkt auf den Lkw die Schubkraft $F_{\text{Schub}} = 35 \text{ kN}$. Um 17.32 Uhr startet von B aus ein Pkw in Richtung A, der entlang der Strecke $s_{B1} = 150 \text{ m}$ auf seine Endgeschwindigkeit $v_{\text{Pkw}} = 108 \text{ km/h}$ beschleunigt, die er dann beibehält.

- a) Berechnen Sie die Masse des Lkw's, seine Beschleunigungszeit und die Länge seiner Beschleunigungsstrecke.
- b) Berechnen Sie die Beschleunigung des Pkw's und die Dauer des Beschleunigungsvorgangs.
- c) Um welche Uhrzeit fahren die beiden Fahrzeuge aneinander vorbei ?
- d) Wie weit ist die Stelle von A aus entfernt, an der die beiden Fahrzeuge aneinander vorbeifahren ?

Aufgabe 5

Zwei Pkw (Pkw1 und Pkw2) nähern sich mit den konstanten Geschwindigkeiten $v_1 = 72 \text{ km/h}$ und $v_2 = 45 \text{ km/h}$ aus verschiedenen Richtungen einer unübersichtlichen Kreuzung. Zur Zeit $t = 0$ ist Pkw1 noch 160 m und Pkw2 noch 100 m von der Kreuzung entfernt. Dabei fährt Pkw1 auf einer Vorfahrtstrasse. Der Fahrer von Pkw2 ist unaufmerksam und übersieht sowohl das Stoppschild als auch den herannahenden Pkw1.

- a) Weisen Sie durch Rechnung nach, dass es zu einem Unfall kommt, wenn der Fahrer von Pkw1 nicht reagiert und seine Fahrt mit konstanter Geschwindigkeit fortsetzt.
Zu welcher Zeit t_{Crash} würde sich der Zusammenstoß ereignen ?
- b) Der Fahrer von Pkw1 bemerkt die drohende Gefahr und tritt 18 m vor der Kreuzung voll auf die Bremse. Die maximale Bremsbeschleunigung seines Fahrzeugs beträgt $a_{\text{max,brems}} = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$.

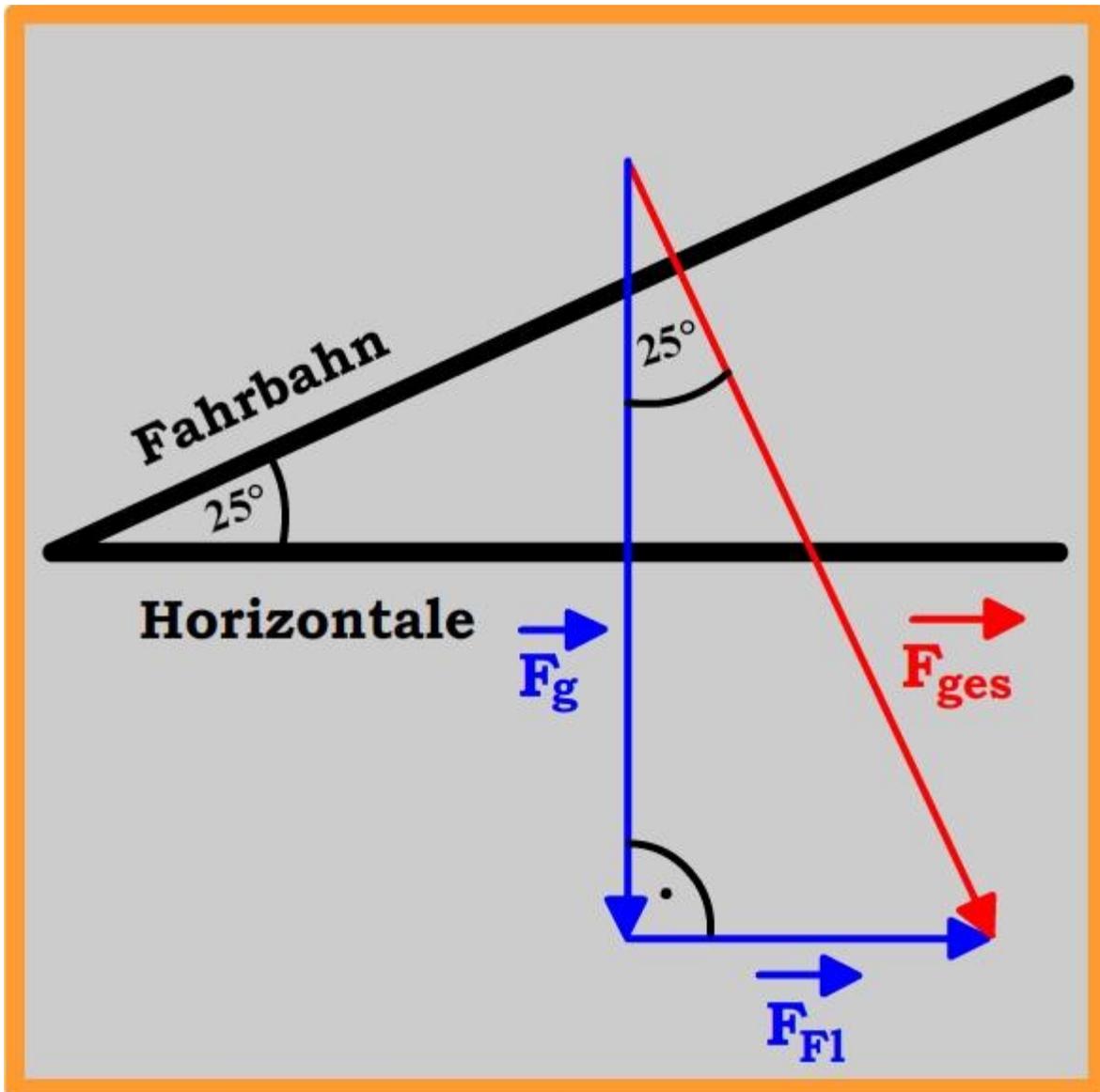
Der Fahrer des Pkw1 kann den Unfall nur dann verhindern, wenn er die Kreuzung 0,4 s später als die in a) berechnete Crashzeit passiert.

Kann der Fahrer von Pkw1 durch die Vollbremsung den Zusammenstoß noch verhindern ?



Lösungen

Aufgabe 1



Maßstab: 1000 N \varnothing 1 cm

a) Aus der Zeichnung entnimmt man:

$$\cos 25^\circ = \frac{F_g}{F_{\text{ges}}} \Leftrightarrow F_g = F_{\text{ges}} \cdot \cos 25^\circ = 12000 \text{ N} \cdot \cos 25^\circ \approx 10876 \text{ N}$$

Die Gewichtskraft des Fahrzeugs beträgt $F_g = 10876 \text{ N}$.

b) Aus der Zeichnung entnimmt man:

$$\sin 25^\circ = \frac{F_{\text{Fl}}}{F_{\text{ges}}} \Leftrightarrow F_{\text{Fl}} = F_{\text{ges}} \cdot \sin 25^\circ = 12000 \text{ N} \cdot \sin 25^\circ \approx 5071 \text{ N}$$

Auf das Fahrzeug wirkt die Fliehkraft $F_{\text{Fl}} = 5071 \text{ N}$.



Aufgabe 2

a) $s = \frac{1}{2} a_{\text{brems}} \cdot t^2$ (*)

$v = a \cdot t \Leftrightarrow t = \frac{v}{a}$ Durch Einsetzen in (*) erhält man:

$$s = \frac{1}{2} \cdot a_{\text{brems}} \cdot \frac{v^2}{a_{\text{brems}}^2} = \frac{1}{2} \cdot \frac{v^2}{a_{\text{brems}}} \Leftrightarrow$$

$$a_{\text{brems}} = \frac{v^2}{2 \cdot s} = \frac{(25 \text{ km/h})^2}{2 \cdot 3 \text{ cm}} = \frac{\left(\frac{25}{3,6} \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2}{2 \cdot 0,03 \text{ m}} = 803,755 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \approx 804 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

Die Bremsbeschleunigung des hammers beträgt $\underline{\underline{a_{\text{brems}} = 804 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}}$.

b) $F = m \cdot a_{\text{brems}} = 1,25 \text{ kg} \cdot 804 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 1005 \text{ N}$

Bei dem Einschlag wirkt auf den Nagel die durchschnittliche Kraft $\underline{\underline{F = 1005 \text{ N}}}$.

c) Durch Einsetzen der Werte in die Gleichung $t = \frac{v}{a}$ erhält man:

$$t = \frac{25 \text{ km/h}}{804 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} = \frac{\frac{25}{3,6} \frac{\text{m}}{\text{s}}}{804 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} \approx 8,367 \cdot 10^{-3} \text{ s}$$

Der Einschlagvorgang dauert $\underline{\underline{t = 8,367 \cdot 10^{-3} \text{ s}}}$.

d) $W = F \cdot s = 1005 \text{ N} \cdot 3 \text{ cm} = 1005 \text{ N} \cdot 0,03 \text{ m} = 30,15 \text{ J}$

Es wird bei dem Einschlag die Energie $\underline{\underline{W = 30,15 \text{ J}}}$ in Wärme umgewandelt.

e) $P = \frac{W}{t} = \frac{30,15 \text{ J}}{8,367 \cdot 10^{-3} \text{ s}} \approx 3603 \text{ W} = 3,603 \text{ kW} = 3,603 \cdot 1,36 \text{ Ps} \approx 4,9 \text{ Ps}$

Während des Einschlags wird die Leistung $\underline{\underline{P = 4,9 \text{ Ps}}}$ umgesetzt.

Aufgabe 3

a) $a_1 = \frac{v_1}{t_1} = \frac{32,4 \text{ km/h}}{6 \text{ s}} = \frac{\frac{32,4}{3,6} \frac{\text{m}}{\text{s}}}{6 \text{ s}} = 1,5 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$

Im ersten Zeitintervall beschleunigt das Fahrzeug mit $\underline{\underline{a_1 = 1,5 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}}$.

$$F = m \cdot a_2 \Leftrightarrow a_2 = \frac{F}{m} = \frac{11250 \text{ N}}{15 \text{ t}} = \frac{11250 \text{ N}}{15000 \text{ kg}} = 0,75 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

In der zweiten Phase beträgt die Beschleunigung des Fahrzeugs

$$\underline{\underline{a_2 = 0,75 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}}$$



Fortsetzung von Aufgabe 3

$$\mathbf{b)} \quad s_1 = \frac{1}{2} a_1 t_1^2 = \frac{1}{2} \cdot 1,5 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot (6 \text{ s})^2 = 27 \text{ m}$$

$$v_2 = v_1 + a_2 t_2 = 9 \frac{\text{m}}{\text{s}} + 0,75 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 8 \text{ s} = 9 \frac{\text{m}}{\text{s}} + 6 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 15 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$s_2 = v_1 t_2 + \frac{1}{2} a_2 t_2^2 = 9 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 8 \text{ s} + \frac{1}{2} \cdot 0,75 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot (8 \text{ s})^2$$

$$s_2 = 72 \text{ m} + 24 \text{ m} = 96 \text{ m}$$

$$s_{1/2} = s_1 + s_2 = 27 \text{ m} + 96 \text{ m} = 123 \text{ m}$$

Nach der zweiten Beschleunigungsphase, d.h. nach 14 s hat das Fahrzeug den Weg $s_{1/2} = 123 \text{ m}$ zurückgelegt.

$$\mathbf{c)} \quad a_{\text{brems}} = \frac{v_2}{t_{\text{brems}}} = \frac{15 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{5 \text{ s}} = 3 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

Die Bremsbeschleunigung beträgt: $a_{\text{brems}} = 3 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$

$$s_{\text{brems}} = v_2 t_{\text{brems}} - \frac{1}{2} a_{\text{brems}} t_{\text{brems}}^2 = 15 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 5 \text{ s} - \frac{1}{2} \cdot 3 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot (5 \text{ s})^2 = 75 \text{ m} - 37,5 \text{ m} = 37,5 \text{ m}$$

Der Bremsweg beträgt: $s_{\text{brems}} = 37,5 \text{ m}$

$$\mathbf{d)} \quad s_{\text{ges}} = s_{1/2} + s_{v,\text{const}} + s_{\text{brems}} \quad \text{mit}$$

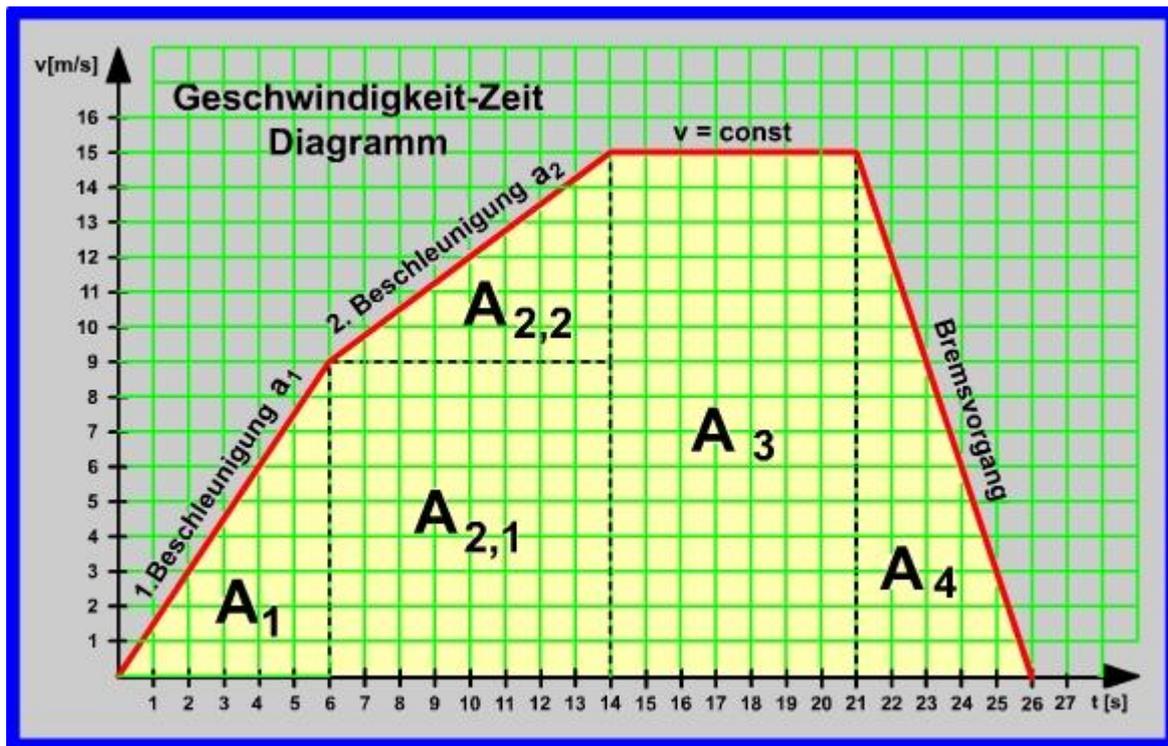
$$s_{v,\text{const}} = v_2 t_{v,\text{const}} = 15 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 7 \text{ s} = 105 \text{ m} \quad \Rightarrow$$

$$s_{\text{ges}} = 123 \text{ m} + 105 \text{ m} + 37,5 \text{ m} = 262,5 \text{ m}$$

Die gesamte Fahrstrecke beträgt: $s_{\text{ges}} = 262,5 \text{ m}$



Aufgabe 3 e



3f) 1. Der Inhalt der Fläche, die der Graph der Funktion $v(t)$ mit der t -Achse im Intervall $[0s, 26 s]$ einschließt, ist ein Maß für den insgesamt zurückgelegten Weg. Man muss also nur diesen Flächeninhalt bestimmen.

3f) 2. Die Fläche unterhalb des Funktionsgraphen setzt sich aus den 5 Teilflächen $A_1, A_{2,1}, A_{2,2}, A_3$ und A_4 zusammen.

Für den Flächeninhalt gilt:

$$\begin{aligned} A &= A_1 + A_{2,1} + A_{2,1} + A_{2,2} + A_3 + A_4 \\ &= \frac{1}{2} \cdot 9 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 6 \text{ s} + 9 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 8 \text{ s} + \frac{1}{2} \cdot 6 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 8 \text{ s} + 15 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 7 \text{ s} + \frac{1}{2} \cdot 15 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 5 \text{ s} \\ &= 27 \text{ m} + 72 \text{ m} + 24 \text{ m} + 105 \text{ m} + 37,5 \text{ m} \\ &= 265,5 \text{ m} \end{aligned}$$

Die gesamte Fahrstrecke beträgt: $s_{\text{ges}} = 262,5 \text{ m}$. Dieser Wert stimmt mit dem aus Aufgabe 3d

überein.

Aufgabe 4

a) $F = m \cdot a \Leftrightarrow m = \frac{F}{a} = \frac{35000 \text{ N}}{1,25 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} = 28000 \text{ kg} = 28 \text{ t}$

Der Lkw hat die Masse: $m = 28 \text{ t}$



Fortsetzung von Aufgabe 4 a

$$v = a t_a \quad \Leftrightarrow \quad t_a = \frac{v}{a} = \frac{72 \text{ km/h}}{1,25 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} \cdot \frac{1}{3,6} \frac{\text{m}}{\text{s}} = \frac{20 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{1,25 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} = 16 \text{ s}$$

Der Lkw beschleunigt $t_a = 16 \text{ s}$ lang bis er seine Endgeschwindigkeit erreicht hat.

$$s_{a,\text{Lkw}} = \frac{1}{2} a t^2 = \frac{1}{2} \cdot 1,25 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot (16 \text{ s})^2 = 160 \text{ m}$$

Die Beschleunigungsstrecke des Lkw's beträgt: $s_{a,\text{Lkw}} = 160 \text{ m}$

b) $s_{B1} = \frac{1}{2} a t^2 \quad (*)$

$$v = a t \quad \Leftrightarrow \quad t = \frac{v}{a} \quad \text{Einsetzen in } (*) \text{ ergibt:}$$

$$s_{B1} = \frac{1}{2} a \left(\frac{v}{a} \right)^2 \quad \Leftrightarrow \quad s_{B1} = \frac{1}{2} \frac{v^2}{a} \quad \Leftrightarrow \quad a = \frac{1}{2} \frac{v^2}{s_{B1}}$$

$$a = \frac{\frac{1}{2} \cdot (108 \text{ km/h})^2}{150 \text{ m}} = \frac{\frac{1}{2} \cdot \left(\frac{108}{3,6} \frac{\text{m}}{\text{s}} \right)^2}{150 \text{ m}} = 3 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

$$t = \frac{v}{a} = \frac{30 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{3 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} = 10 \text{ s}$$

Der Pkw beschleunigt $t = 10 \text{ s}$ lang mit $a = 3 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$.

- c)** Nachdem der Pkw seinen Beschleunigungsvorgang beendet hat, ist der Lkw bereits $2 \text{ min } 10 \text{ s} = 130 \text{ s}$ lang unterwegs.
Der Lkw befindet sich zu diesem Zeitpunkt an der folgenden Weg zurückgelegt: $s_{\text{Lkw}} = s_{a,\text{Lkw}} + s_{v,\text{Lkw}}$.

Dabei ist $s_{a,\text{Lkw}} = 160 \text{ m}$ und $s_{v,\text{Lkw}}$ der Weg, den der Lkw anschließend bis zur Zeit $t = 130 \text{ s}$ mit der konstanten Geschwindigkeit

$$v = 72 \text{ km/h} = 20 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

zurücklegt.

$$s_{v,\text{Lkw}} = v (t - t_a) = 20 \frac{\text{m}}{\text{s}} (130 \text{ s} - 16 \text{ s}) = 20 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 114 \text{ s} = 2280 \text{ m}$$

$$s_{\text{Lkw}} = 160 \text{ m} + 2280 \text{ m} = 2440 \text{ m}$$

Der Pkw hat zu diesem Zeit die Strecke $s_{B1} = 150 \text{ m}$ zurückgelegt. s.Aufgabe.

Zur Zeit $t^* = 17.32 \text{ Uhr} + 10 \text{ s}$ haben Lkw und Pkw voneinander den Abstand $d = 17090 \text{ m} - 2440 \text{ m} - 150 \text{ m} = 14500 \text{ m}$

Lkw und Pkw bewegen sich mit der gemeinsamen Relativgeschwindigkeit

$$v_{\text{rel}} = v_{\text{Lkw}} + v_{\text{Pkw}} = 20 \frac{\text{m}}{\text{s}} + 30 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 50 \frac{\text{m}}{\text{s}} \text{ aufeinander zu.}$$



Fortsetzung von Aufgabe 4 c

Bis zum Treffpunkt benötigen sie noch die Zeit

$$t = \frac{d}{v_{\text{rel}}} = \frac{14500 \text{ m}}{50 \frac{\text{m}}{\text{s}}} = 290 \text{ s} = 4 \text{ min } 50 \text{ s}$$

$$t_{\text{treff}} = 17.32 \text{ Uhr} + 10 \text{ s} + 4 \text{ min } 50 \text{ s} = 17.37 \text{ Uhr}$$

Die beiden Fahrzeuge fahren zur Zeit 17.37 Uhr aneinander vorbei.

$$\text{d) } s_A = 150 \text{ m} + 30 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 290 \text{ s} = 150 \text{ m} + 8700 \text{ m} = 8850 \text{ m}$$

Die Stelle, an der die beiden Fahrzeuge aneinander vorbeifahren, ist

$$\underline{s_A = 8850 \text{ m}} \text{ vom Ort A entfernt.}$$

Aufgabe 5

$$\text{a) } s = v \cdot t \Leftrightarrow t = \frac{s}{v}$$

$$t_1 = \frac{s_1}{v_1} = \frac{160 \text{ m}}{72 \text{ km/h}} = \frac{160 \text{ m}}{\frac{72}{3,6} \frac{\text{m}}{\text{s}}} = \frac{160 \text{ m}}{20 \frac{\text{m}}{\text{s}}} = 8 \text{ s}$$

$$t_2 = \frac{s_2}{v_2} = \frac{100 \text{ m}}{45 \text{ km/h}} = \frac{100 \text{ m}}{\frac{45}{3,6} \frac{\text{m}}{\text{s}}} = \frac{100 \text{ m}}{12,5 \frac{\text{m}}{\text{s}}} = 8 \text{ s}$$

Die beiden Fahrzeuge passieren die Kreuzung; zur gleichen Zeit

$$\underline{t_1 = t_2 = 8 \text{ s}}; \text{ folglich kommt es zu einem Zusammenstoß.}$$

b) Ungebremst würde der Pkw₁ die Reststrecke von 18 m in folgender Zeit

$$\text{zurücklegen: } t_{18} = \frac{18 \text{ m}}{20 \frac{\text{m}}{\text{s}}} = 0,9 \text{ s}$$

Das Weg-Zeit-Gesetz für den bremsenden Pkw₁ lautet: $s = vt - \frac{1}{2} at^2$

Durch Auflösen nach t erhält man die Zeit, die der bremsende Pkw₁ für die Strecke von 18 m benötigt.

$$-\frac{1}{2} at^2 + vt = s \Leftrightarrow at^2 - 2vt = -2s \Leftrightarrow$$

$$t^2 - 2\frac{v}{a}t = -2\frac{s}{a} \Leftrightarrow t^2 - 2\frac{v}{a}t + \frac{v^2}{a^2} = \frac{v^2}{a^2} - 2\frac{s}{a} \Rightarrow$$

$$t_{1,2} - \frac{v}{a} = \pm \sqrt{\frac{v^2}{a^2} - 2\frac{s}{a}} \Leftrightarrow t_{1,2} = \frac{v}{a} \pm \sqrt{\frac{v^2}{a^2} - 2\frac{s}{a}}$$

$$t_{1,2} = \frac{20 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} \pm \sqrt{\frac{\left(20 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2}{\left(10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right)^2} - 2 \cdot \frac{18 \text{ m}}{10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}}$$



Fortsetzung von Aufgabe 5 b

$$t_{1,2} = 2 \text{ s} \pm 0,63245 \text{ s}$$

$$t_1 = 2,63245 \text{ s} \quad t_2 = 1,3675 \text{ s} = t_{\text{brems}}$$

Nur das Ergebnis t_2 ist von Bedeutung, weil $t_2 < t_{\text{Stop}} = 2 \text{ s}$ ist, in der ein Fahrzeug mit der Geschwindigkeit $v = 20 \frac{\text{m}}{\text{s}}$, das mit $a = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ bis zum

Stillstand abgebremst würde. $t_{\text{Stop}} = \frac{v}{a} = \frac{20 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} = 2 \text{ s}$

Also gilt: $t_{\text{brems}} = 1,3675 \text{ s}$

$$1,3675 \text{ s} - 0,9 \text{ s} = 0,4675 \text{ s} > 0,4 \text{ s}$$

Der Unfall kann noch verhindert werden.

