10.12.10

K l a u s u r N r. 2 G k P h 12

Aufgabe 1

Beschreiben Sie einen Versuch, mit dem man die Schallgeschwindigkeit mit Hilfe einer fortschreitenden Welle bestimmen kann.
(Versuchsskizze mit Beschriftung, Versuchsdurchführung, Begründung)

Aufgabe 2

a) Beschreiben Sie die Schwingung der abgebildeten Punkte.

b) Zeichnen Sie einen Punkt ein, der zu dem 2. Punkt eine Phasenverschiebung
von $\Delta\varphi = \pi$ hat.

c) Wie weit ist der neue Punkt von dem 3. Punkt ganz rechts entfernt ?

Aufgabe 3

Von der Stelle $x_0 = 0$ breitet sich zur Zeit $t_0 = 0$ eine mechanische Querwelle mit der Frequenz $f = 5$ Hz und der Ausbreitungsgeschwindigkeit $c = 4\ \frac{m}{s}$ aus.
Die maximale Amplitude der Welle beträgt $s_{max} = 0{,}7$ m

a) Um welche Strecke x_1 hat sich die Welle zur Zeit $t_1 = 3{,}5$ s ausgebreitet ?

b) Zu welcher Zeit $t_{1,max}$ erreicht das Teilchen, das sich in der Entfernung $x_2 = 30$ m vom Ausgangspunkt der Welle entfernt befindet, zum ersten Mal seine maximale Amplitude ?

c) Welche momentane Amplitude hat ein Teilchen, das sich in der Entfernung $x_3 = 60$ m vom Ausgangspunkt der Welle befindet zur Zeit $t_2 = 17{,}38$ s ?

Aufgabe 4

In einem Koordinatensystem befinden sich in den Punkten $S_1(-3\text{ m}/0)$ und $S_2(3\text{ m}/0)$ zwei Lautsprecher, die eine Schallwelle mit der Frequenz $f_0 = 850$ Hz aussenden. Die beiden Lautsprecher schwingen in Phase.
Die Schallgeschwindigkeit beträgt $c = 340\ \frac{m}{s}$.

Fortsetzung von Aufgabe 4

a) Fertigen Sie eine beschriftete Skizze im Maßstab 1 : 100 an.

b) Weisen Sie nach, dass im Punkt E (3 m/8 m) konstruktive Interferenz vorliegt.
Ergänzen Sie die mathematische Darstellung Ihrer Überlegungen durch begründenden Text und vervollständigen Sie die Skizze aus a).

c) Die Frequenz der beiden Lautsprecher läßt sich mit einem Sinusgenerator gleichzeitig verändern.
Welche Interferenzart würde bei bei einer Halbierung von f_0 vorliegen ?

Welche bei einer Verdoppelung von f_0 ?

d) Wir betrachten alle Punkte, die auf der y-Achse liegen.
Begründen Sie, warum für alle diese Punkte konstruktive Interferenz vorliegt.

e) Man behält die Position der beiden Lautsprecher bei.
Welche Veränderung muss man an einem der Lautsprecher vornehmen, damit entlang der gesamten y-Achse destruktive Interferenz vorliegt ?

Aufgabe 5

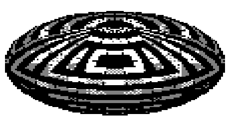
a) Eine Schallquelle sendet einen Ton der Frequenz f_0 aus und bewegt sich dabei mit der Geschwindigkeit v auf den Beobachter zu.
Begründen Sie , warum der Beobachter einen Ton hört, dessen Frequenz f_v größer ist als die Frequenz f_0.

Ergänzen Sie ihre Erklärungen durch eine geeignete Skizze.

b) Ein Pkw fährt mit der Geschwindigkeit $v = 72$ km/h an einen Beobachter vorbei und sendet dabei einen Dauerton der Frequenz $f_0 = 350$ Hz aus.
Bestimmen Sie die Frequenz f_{zu}, die der Beobachter wahrnimmt, wenn das Fahrzeug auf ihn zufährt und die Frequenz f_{weg}, die er wahrnimmt, wenn sich das Fahrzeug von ihm entfernt.

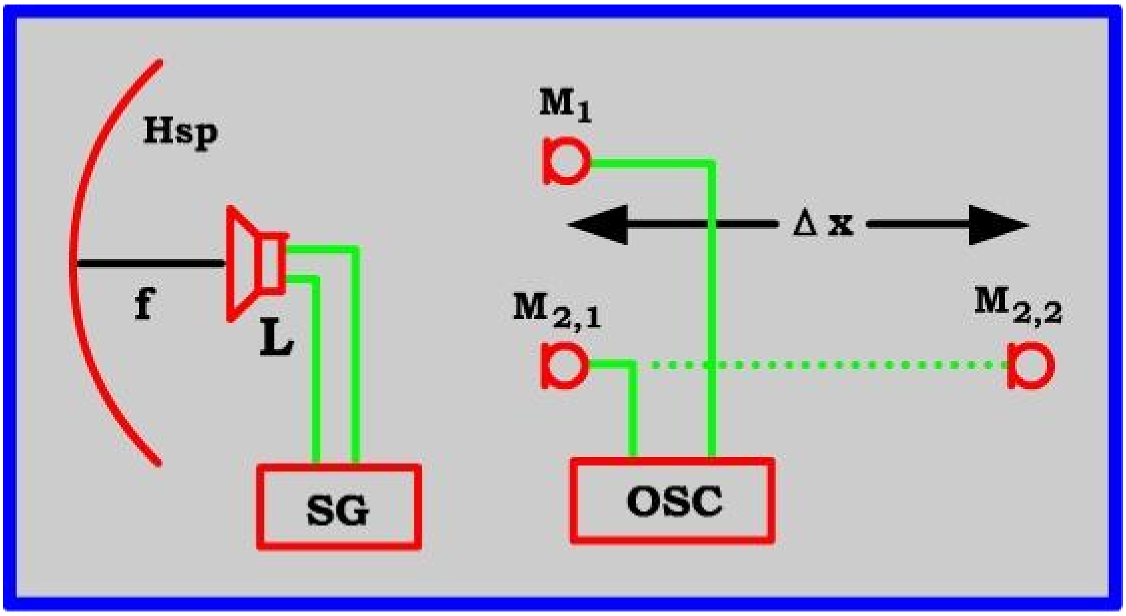
c) Ein Motorradfahrer fährt an einem Beobachter vorbei und betätigt dabei seine Hupe, deren Frequenz $f_0 = 560$ Hz beträgt. Der Beobachter misst, dass zwischen dem Ton, den er bei Annäherung des Motorrades - und dem Ton, den er beim Entfernen des Motorrades mißt, der Frequenzunterschied $\Delta f = 115{,}5$ Hz besteht.
Berechnen Sie die Geschwindigkeit des Motorrades. Runden Sie auf volle km/h.

Schallgeschwindigkeit in Luft: $c = 343 \frac{m}{s}$



L ö s u n g e n

Aufgabe 1



Zeichenerklärung: Hsp = Hohlspiegel, f = Brennweite, L = Lautsprecher,
M_1 = ortsfestes Mikrofon,
$M_{2,1}$ = verschiebbares Mikrofon M_2 an der Stelle 1,
$M_{2,2}$ = verschiebbares Mikrofon M_2 an der Stelle 2,
SG = Sinusgenerator, OSC = Zweikanaloscilloscope

Auf einer optischen Bank sind ein großer Hohlspiegel, ein Lautsprecher und zwei Mikrofone angebracht. Der Lautsprecher ist an einem Sinusgenerator angeschlossen, an dem man die Frequenz des erzeugten Tons ablesen kann. Der Lautsprecher befindet sich im Brennpunkt des Hohlspiegels, so dass die Schallwellen als breites paralleles Bündel reflektiert werden. Die beiden Mikrofone sind jeweils mit einem Kanal eines Zweikanaloscilloscopes verbunden. Das Mikrofon M_1 ist ortsfest; seine Position wird also während des Versuchs nicht verändert. Das zweite Mikrofon M_2 ist auf der optischen Achse verschiebbar angebracht. Beide Mikrofone haben zu Beginn des Versuchs den gleichen Abstand vom Lautsprecher bzw. vom Hohlspiegel.
Man stellt am Sinusgenerator eine geeignete Frequenz f ein. Auf dem Bildschirm des Oscilloscopes sieht man zwei identische Sinuskurven. Diese geben den zeitlichen Verlauf der Schwingungsamplitude der Luftteilchen am Ort der Mikrofone an. Aufgrund des gleichen Abstandes schwingen die Luftteilchen an den Positionen der Mikrofone in Phase. Verschiebt man nun das Mikrofon M_2, so verschiebt sich die zugehörige Sinuskurve auf dem Bildschirm des Oscilloscopes, weil die Schwingungen der Schallwelle nun das Mikrofon M_2 später erreichen als das Mikrofon M_1. Wenn beide Sinuskurven zum ersten Mal wieder übereinstimmen, schwingen die Luftteilchen an den Orten der beiden Mikrofone wieder in Phase.

Fortsetzung von Aufgabe 1

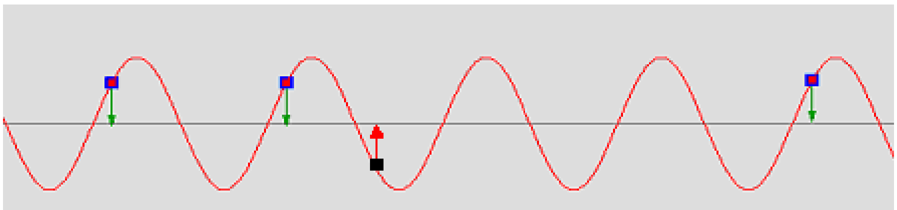
Das Mikrofon M_2 wurde um eine Wellenlänge λ nach rechts verschoben. Um prozentuale Messfehler möglichst gering zu halten, verschiebt man das zweite Mikrofon um ein möglichst großes Vielfaches n (n = 1, 2, 3,.....) der Wellenlänge nach rechts, bis die beiden Sinuskurven zum n-ten Mal wieder übereinstimmen.
Man misst nun den Abstand Δx, den die beiden Mikrofone voneinander haben, berechnet die Wellenlänge $\lambda = \frac{\Delta x}{n}$, liest die Frequenz f am Sinusgenerator ab,

und berechnet die Schallgeschwindigkeit $c = \lambda \cdot f = \frac{\Delta x}{n} \cdot f$

Aufgabe 2

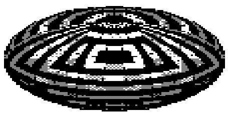
a) Alle drei eingezeichneten Punkte führen eine Sinusschwingung senkrecht zu der eingezeichneten waagerechten Linie (Nulllinie) aus. Die drei eingezeichneten Punkte bewegen sich nicht in waagerechter Richtung. Sie behal-
ten während der Schwingung ihre waagerechte Koordinate (x-Koordinate) bei. Sie führen also nur Schwingungen um ihre Gleichgewichtslage aus.
Der Abstand d zwischen jeweils zwei der drei eingezeichneten Punkte beträgt ein ganzzahliges Vielfaches der Wellenlänge λ.
(Abstand zwischen Punkt 1 und Punkt 2 : $d_{1,2} = \lambda$,
Abstand zwischen Punkt 2 und Punkt 3 : $d_{2,3} = 3\,\lambda$,
Abstand zwischen Punkt 1 und Punkt 3 : $d_{1,3} = 4\,\lambda$)
Die drei Punkte schwingen also in Phase; d.h. sie haben zu jeder Zeit die gleiche Amplitude s und den gleichen Geschwindigkeitsvektor $\vec{v}$.
In der Zeichnung ist die Momentangeschwindigkeit aller drei Punkte nach unten gerichtet.

b)



c) Der neue Punkt hat vom dritten Punkt ganz rechts die Phasenverschiebung $\Delta\varphi = 5\,\pi$.
Der neue Punkt hat also vom 3. Punkt ganz rechts die Entfernung

$d = 2\frac{1}{2}\,\lambda.$



Aufgabe 3

a) $x_1 \;=\; c \cdot t_1 \;=\; 4\,\frac{m}{s} \cdot 3{,}5\text{ s} \;=\; 14\text{ m}$

Zur Zeit t_1 hat sich die Welle um die Strecke $\underline{\underline{x_1 = 14\text{ m}}}$ ausgebreitet.

b) Für die Strecke $x_2 \;=\; 30\text{ m}$ braucht die Welle die Zeit $t_2 \;=\; \dfrac{30\text{ m}}{4\,\frac{m}{s}} \;=\; 7{,}5\text{ s}.$

Zur Zeit $t_2 \;=\; 7{,}5\text{ s}$ beginnt das Teilchen an der Stelle x_2 zu schwingen.

Es gilt: $f \;=\; 5\text{ Hz} \quad\Rightarrow\quad T \;=\; \dfrac{1}{f} \;=\; \dfrac{1}{5\text{ Hz}} \;=\; 0{,}2\text{ s}$

Um aus der Gleichgewichtslage heraus die maximale Amplitude zu erreichen, benötigt das Teilchen die Zeit $t_{max} \;=\; \dfrac{1}{4}\,T \;=\; \dfrac{1}{4} \cdot 0{,}2\text{ s} \;=\; 0{,}05\text{ s}.$

Da die Schwingung des Teilchens zur Zeit $t_2 \;=\; 7{,}5\text{ s}$ beginnt, gilt:

$t_{1,max} \;=\; t_2 + t_{max} \;=\; 7{,}5\text{ s} + 0{,}05\text{ s} \;=\; 7{,}55\text{ s}$

Das Teilchen erreicht zum ersten Mal nach $\underline{\underline{t_{1,max} = 7{,}55\text{ s}}}$ seine maximale Amplitude.

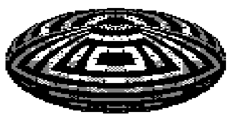
c) $t_3 \;=\; \dfrac{60\text{ m}}{4\,\frac{m}{s}} \;=\; 15\text{ s} \qquad t \;=\; t_2 - t_3 \;=\; 17{,}38\text{ s} - 15\text{ s} \;=\; 2{,}38\text{ s}$

Zur Zeit $t_2 \;=\; 17{,}38\text{ s}$ schwingt das Teilchen an der Stelle $x_3 \;=\; 60\text{ m}$ bereits $t \;=\; 2{,}38\text{ s}$ lang. Für die Amplitude des Teilchens zu dieser Zeit gilt:

$$s(t) \;=\; s_{max}\sin\omega t \;=\; s_{max}\sin 2\pi f t \quad\Rightarrow$$

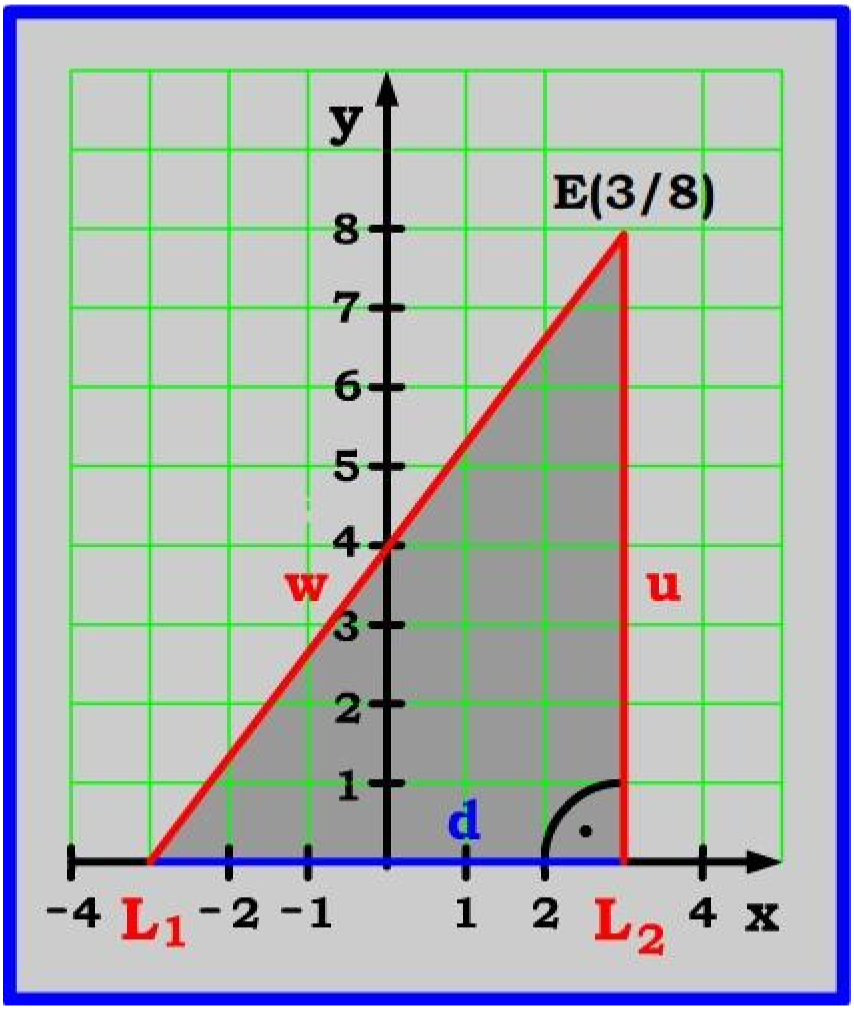
$$s(2{,}38\text{ s}) \;=\; 0{,}7\text{ m} \cdot \sin 2\pi \cdot 5\text{ Hz} \cdot 2{,}38\text{ s} \;=\; -0{,}411\text{ m}$$

Das Teilchen hat die momentane Amplitude $\underline{\underline{s_{mom} = -0{,}411\text{ m}}}.$



<u>**Aufgabe 4**</u>

a)



b) $w = \sqrt{d^2 + u^2} = \sqrt{(6\text{ m})^2 + (8\text{ m})^2} = \sqrt{100\text{ m}^2} = 10\text{ m}$

Die Wellen, die von den Lautsprechern L_1 und L_2 ausgehen, haben im Punkt E (5/24) den Gangunterschied

$\Delta g = w - u = 10\text{ m} - 8\text{ m} = 2\text{ m}$

Die Wellenlänge λ beträgt: $\lambda = \frac{c}{f} = \frac{340\ \frac{\text{m}}{\text{s}}}{850\text{ Hz}} = \frac{340\ \frac{\text{m}}{\text{s}}}{850\text{ s}^{-1}} = 0{,}4\text{ m}$

$\frac{\Delta g}{\lambda} = \frac{2\text{ m}}{0{,}4\text{ m}} = 5$

Der Gangunterschied Δg ist das <u>5 fache</u> der Wellenlänge λ.

Damit beträgt der Gangunterschied ein <u>ganzzahliges Vielfaches</u> der Wellenlänge. Die Bedingung für konstruktive Interferenz ist also erfüllt.

Fortsetzung von Aufgabe 4

c) Eine Halbierung der Frequenz f_0 hätte eine Verdoppelung der Wellenlänge zur Folge. Sie würde dann $\lambda = 2 \cdot 0{,}4\ \text{m} = 0{,}8\ \text{m}$ betragen.

$$\frac{\Delta g}{\lambda} = \frac{2\ \text{m}}{0{,}8\ \text{m}} = 2{,}5 = \frac{5}{2} \quad \Rightarrow \quad \Delta g = \frac{5}{2}\lambda$$

Der Gangunterschied ist ein ungeradzahliges Vielfaches der halben Wellenlänge. Es liegt folglich destruktive Interferenz vor.

Eine Verdoppelung der Frequenz f_0 hätte eine Halbierung der Wellenlänge zur Folge. Sie würde dann $\lambda = \frac{1}{2} \cdot 0{,}4\ \text{m} = 0{,}2\ \text{m}$ betragen.

$$\frac{\Delta g}{\lambda} = \frac{2\ \text{m}}{0{,}2\ \text{m}} = 10 \quad \Rightarrow \quad \Delta g = 10\,\lambda$$

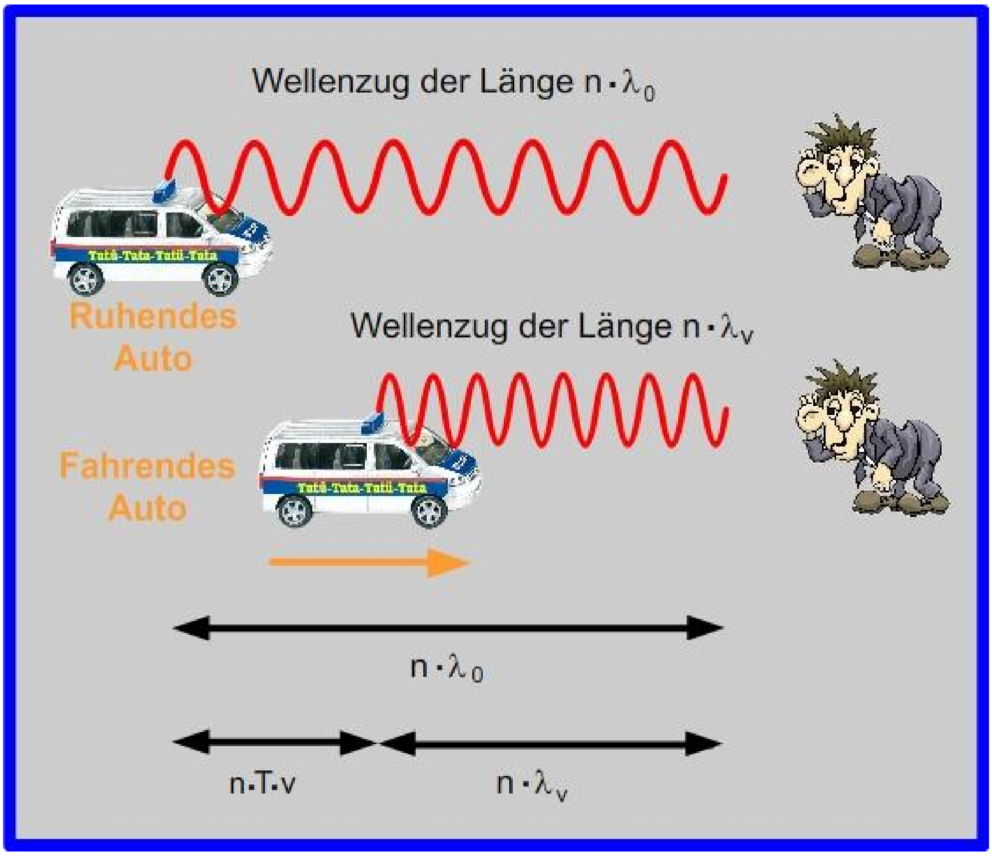
Der Gangunterschied ist ein ganzzahliges Vielfaches der Wellenlänge. Es liegt folglich konstruktive Interferenz vor.

d) Jeder Punkt auf der y-Achse hat vom Lautsprecher L_1 und vom Lautsprecher L_2 den gleichen Abstand. Die Wellen haben folglich den Gangunterschied $\Delta g = 0$. Also liegt konstruktive Interferenz vor.

e) Beide Lautsprecher müssen gegenphasig schwingen. Man kann dies erreichen, indem man die Verbindungen zur Wechselstromquelle des einen Lautsprechers umpolt.

Aufgabe 5

a)



Fortsetzung von Aufgabe 5a

a) Das ruhende Auto sendet einen aus n einzelnen Wellen ($n = 1, 2, 3....$) bestehenden Wellenzug aus. Im Augenblick, wo das Ende der letzten Einzelwelle den Lautsprecher verläßt, ist der Anfang des Wellenzuges um die Strecke $n \cdot \lambda_0$ vom Lautsprecher entfernt. Der Wellenzug hat also die Länge $l = n \cdot \lambda_0$ und wurde in der Zeit $t = n \cdot T$ ausgesendet. Dabei ist T die Schwingungsdauer.

Fährt nun das Auto mit der Geschwindigkeit v auf den Beobachter bzw. Hörer zu und sendet wieder einen aus n einzelnen Wellen bestehenden Wellenzug aus, so hat das Fahrzeug in Ausbreitungsrichtung der Welle die Strecke $s = n \cdot T \cdot v$ zurückgelegt, wenn das Ende der letzten Einzelwelle den Lautsprecher verlassen hat. Die Strecke, auf der sich nun die n Wellenlängen verteilen, ist genau um diese Strecke s kürzer geworden. Die Wellen werden also gestaucht; die Wellenlänge verkürzt sich. Die Wellenlänge λ_v ist also kleiner als die Wellenlänge λ_0. Die Abnahme der Wellenlänge hat aber wegen der Beziehung $f = \frac{c}{\lambda}$ eine höhere Frequenz f zur Folge.

b) $v_Q = 72\,\frac{km}{h} = \frac{72}{3{,}6}\,\frac{m}{s} = 20\,\frac{m}{s}$

$$f_{zu} = \frac{f_Q}{1 - \frac{v_Q}{c}} = \frac{350\text{ Hz}}{1 - \frac{20\,\frac{m}{s}}{343\,\frac{m}{s}}} \approx 371{,}67\text{ Hz}$$

Der Beobachter hört einen Ton der Frequenz $\underline{\underline{f_{zu} = 371{,}67\text{ Hz}}}$, wenn das Fahrzeug auf ihn zufährt.

$$f_{weg} = \frac{f_Q}{1 + \frac{v_Q}{c}} = \frac{350\text{ Hz}}{1 + \frac{20\,\frac{m}{s}}{343\,\frac{m}{s}}} \approx 330{,}72\text{ Hz}$$

Der Beobachter hört einen Ton der Frequenz $\underline{\underline{f_{weg} = 330{,}72\text{ Hz}}}$, wenn das Fahrzeug sich von ihm entfernt.

c) Lösungsansatz: $\Delta f = f_{zu} - f_{weg} = \frac{f_Q}{1 - \frac{v}{c}} - \frac{f_Q}{1 + \frac{v}{c}}$

$$\frac{f_Q\left(1 + \frac{v}{c}\right)}{1 - \frac{v^2}{c^2}} - \frac{f_Q\left(1 - \frac{v}{c}\right)}{1 - \frac{v^2}{c^2}} = \Delta f$$

$$f_Q + \frac{v}{c} f_Q - f_Q + \frac{v}{c} f_Q = \Delta f - \frac{\Delta f}{c^2} v^2$$

$$2\,\frac{v}{c} f_Q = \Delta f - \frac{\Delta f}{c^2} v^2$$

Fortsetzung von Aufgabe 5a

$$\frac{\Delta f}{c^2}\, v^2 + \frac{2\, f_Q}{c}\, v \quad = \quad \Delta f$$

$$v^2 + \frac{2\, f_Q\, c}{\Delta f}\, v \quad = \quad c^2 \qquad \text{/quadratische Ergänzung}$$

$$v^2 + \frac{2\, f_Q\, c}{\Delta f}\, v + \left(\frac{f_Q\, c}{\Delta f}\right)^2 \quad = \quad c^2 + \left(\frac{f_Q\, c}{\Delta f}\right)^2$$

$$v + \frac{f_Q\, c}{\Delta f} \quad = \quad \pm \sqrt{c^2 + \left(\frac{f_Q\, c}{\Delta f}\right)^2}$$

$$v \quad = \quad -\frac{f_Q\, c}{\Delta f} \pm \sqrt{c^2 + \left(\frac{f_Q\, c}{\Delta t}\right)^2}$$

Ein realistisches positives Ergebnis für die Geschwindigkeit erhält man nur für die positiv Wurzel. Also gilt:

$$v \quad = \quad -\frac{560\ \text{Hz} \cdot 343\ \frac{\text{m}}{\text{s}}}{115{,}5\ \text{Hz}} + \sqrt{\left(343\ \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2 + \left(\frac{560\ \text{Hz} \cdot 343\ \frac{\text{m}}{\text{s}}}{115{,}5\ \text{Hz}}\right)^2}$$

$$v \quad = \quad 35\ \frac{\text{m}}{\text{s}} \quad = \quad 35 \cdot 3{,}6\ \frac{\text{km}}{\text{h}} \quad = \quad 126\ \frac{\text{km}}{\text{h}}$$

Die Geschwindigkeit des Motorradfahrers beträgt $\underline{\underline{v = 35\ \frac{\text{m}}{\text{s}} = 126\ \frac{\text{km}}{\text{h}}}}$.