2.12.2010

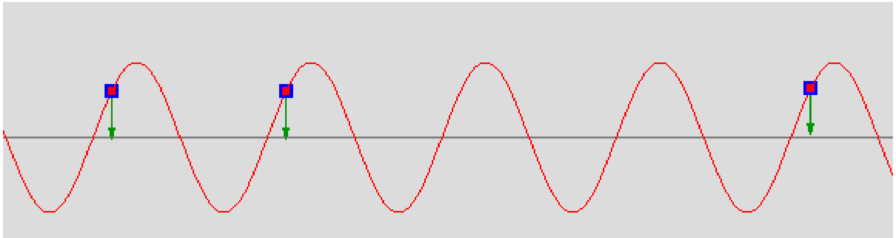
K l a u s u r N r. 2 G k P h 12

Aufgabe 1

Beschreiben Sie den Unterschied zwischen einer Längs- und einer Querwelle. Nennen Sie für jeden Wellentyp ein Beispiel.
In welchen Stoffen können sich Querwellen ausbreiten ? In welchen Stoffen können sich Längswellen ausbreiten ?

Aufgabe 2

a) Beschreiben Sie die Schwingung der abgebildeten Punkte.



b) Zeichnen Sie einen Punkt ein, der zu dem 2. Punkt eine Phasenverschiebung von $\Delta\varphi = \pi$ hat.

c) Wie weit ist der neue Punkt von dem 3. Punkt ganz rechts entfernt ?

Aufgabe 3

Von der Stelle $x_0 = 0$ breitet sich zur Zeit $t_0 = 0$ eine mechanische Querwelle mit der Frequenz $f = 3\ \text{Hz}$ und der Wellenlänge $\lambda = 6\ \text{m}$ aus.
Die maximale Amplitude der Welle beträgt $s_{max} = 0{,}8\ \text{m}$

a) Nach welcher Zeit t_1 hat sich die Welle um $x_1 = 135\ \text{m}$ ausgebreitet ?

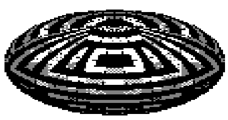
b) Welche momentane Amplitude hat ein schwingendes Teilchen, dass sich in der Entfernung $x_2 = 270\ \text{m}$ vom Ausgangspunkt der Welle befindet, zur Zeit $t_2 = 16{,}7\ \text{s}$?

c) Zur Zeit $t_{max,1} = 5{,}75\ \text{s}$ erreicht ein schwingendes Teilchen, das sich im Abtand x vom Ausbreitungsort der Welle befindet, zum ersten Mal seine maximale Amplitude.

Bestimmen Sie die Entfernung x dieses Teilchens vom Ausgangspunkt der Welle.

Aufgabe 4

In einem Koordinatensystem befinden sich in den Punkten $S_1(-5\ \text{m}/0)$ und $S_2(5\ \text{m}/0)$ zwei Lautsprecher, die eine Schallwelle mit der Frequenz $f_0 = 425\ \text{Hz}$ aussenden. Die beiden Lautsprecher schwingen in Phase.
Die Schallgeschwindigkeit beträgt $c = 340\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$.



Fortsetzung von Aufgabe 4

a) Fertigen Sie eine beschriftete Skizze im Maßstab 1 : 200 an.

b) Weisen Sie nach, dass im Punkt E (5 m/24 m) destruktive Interferenz vorliegt.
Ergänzen Sie die mathematische Darstellung Ihrer Überlegungen durch begründenden Text und vervollständigen Sie die Skizze aus a).

c) Die Frequenz der beiden Lautsprecher läßt sich mit einem Sinusgenerator gleichzeitig stufenlos verändern.
1) Um wieviel Hertz muss man die Frequenz der Lautsprecher von f_0 ausgehend erhöhen, damit im Punkt E konstruktive Interferenz vorliegt ?
2) Um wieviel Hertz muss man sie von f_0 ausgehend senken, um zum selben Ergebnis zu kommen ?

d) Wir betrachten alle Punkte, die auf der y-Achse liegen.
Begründen Sie, warum für alle diese Punkte konstruktive Interferenz vorliegt.

e) Man behält die Position der beiden Lautsprecher bei.
Welche Veränderung muss man an einem der Lautsprecher vornehmen, damit entlang der gesamten y-Achse destruktive Interferenz vorliegt ?

Aufgabe 5

Die Besatzung eines U-Bootes sendet mit einem sog. Echolot kurze Schallsignale ("Ping" genannt) mit der Frequenz $f = 500\ \text{Hz}$ aus. Mit Hilfe der Echos dieser Signale erhält die Besatzung Informationen über Entfernung und Geschwindigkeit von Objekten, die sich in der Umgebung des U-Bootes befinden.

Zur Zeit $t_1 = 0$ wird ein "Ping" abgegeben. Das Echo trifft zur Zeit $t_1^* = 6\ \text{s}$ am U-Boot ein. Ein weiteres "Ping" wird zur Zeit $t_2 = 10\ \text{s}$ gesendet. Sein Echo erreicht das U-Boot zur Zeit $t_2^* = 15{,}672\ \text{s}$

Die Schallgeschwindigkeit im Wasser beträgt $c = 1500\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$

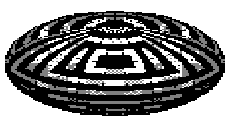
a) Bestimmen Sie die Geschwindigkeit des Objekts, an dem die Schallwellen reflektiert wurden und die Entfernung x, die es zur Zeit t_2^* vom U-Boot hat. Um was für ein Objekt könnte es sich handeln ?

(Zwischenergebnisse: $v \approx 25\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$, $x \approx 4183\ \text{m}$)

b) Welche Zeit bleibt dem Kommandanten des U-Bootes noch, um durch geeignete Gegenmaßnahmen der Katastrophe zu entkommen ?

c) Berechnen Sie die gemeinsame Frequenz der beiden "Pingechos".

d) Nehmen Sie an, die Frequenz des zweiten "Pingechos" wäre größer als die des ersten.
Welche Folgen hätte das für die Situation der U-Bootbesatzung ?
Beantworten Sie diese Frage qualitativ.



L ö s u n g e n

Aufgabe 1

Längswelle

Eine Welle, bei der die einzelnen Teilchen in der Ausbreitungsrichtung der Welle schwingen, nennt man Längswelle oder Longitudinalwelle.
Bei einer Längswelle folgen Verdichtungen und Verdünnungen periodisch aufeinander.
Ein Beispiel für eine Längswelle ist die Ausbreitung des Schalls in Luft.
Längswellen können sich im Inneren von festen, flüssigen und gasförmigen Körpern ausbreiten.

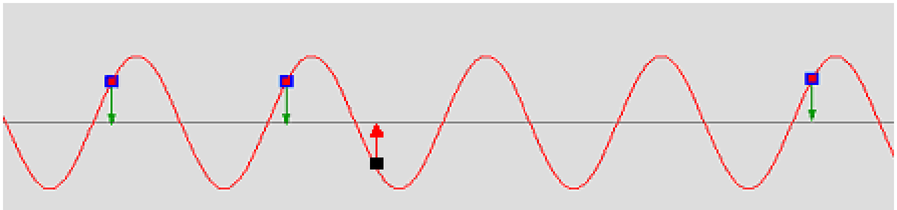
Querwelle

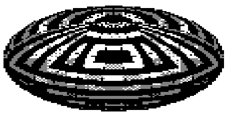
Eine Welle, bei der die einzelnen Teilchen senkrecht zur Ausbreitungsrichtung der Welle schwingen, bezeichnet man als Querwelle oder Transversalwelle.
Bei einer Querwelle folgen Wellenberge und Wellentäler in periodischem Wechsel aufeinander.
Eine Querwelle entsteht zum Beispiel, wenn man bei einer langen eingespannten Schraubenfeder die erste Drahtwindung durch Zupfen senkrecht zur Federachse in Bewegung setzt, wobei so verfahren wird, das der übrige Teil der Feder in Ruhe bleibt.
Querwellen können sich nur im Inneren fester Körper und an der Oberfläche von Flüssigkeiten ausbreiten.

Aufgabe 2

a) Alle drei eingezeichneten Punkte führen eine Sinusschwingung senkrecht zu der eingezeichneten waagerechten Linie (Nulllinie) aus. Die drei eingezeichneten Punkte bewegen sich nicht in waagerechter Richtung. Sie behal-
ten während der Schwingung ihre waagerechte Koordinate (x-Koordinate) bei. Sie führen also nur Schwingungen um ihre Gleichgewichtslage aus.
Der Abstand d zwischen jeweils zwei der drei eingezeichneten Punkte beträgt ein ganzzahliges Vielfaches der Wellenlänge λ.
(Abstand zwischen Punkt 1 und Punkt 2 : $d_{1,2} = \lambda$,
Abstand zwischen Punkt 2 und Punkt 3 : $d_{2,3} = 3\,\lambda$,
Abstand zwischen Punkt 1 und Punkt 3 : $d_{1,3} = 4\,\lambda$)
Die drei Punkte schwingen also in Phase; d.h. sie haben zu jeder Zeit die die gleiche Amplitude s und den gleichen Geschwindigkeitsvektor $\vec{v}$.
In der Zeichnung ist die Momentangeschwindigkeit aller drei Punkte nach unten gerichtet.

b)





Fortsetzung von Aufgabe 2

c) Der neue Punkt hat vom dritten Punkt ganz rechts die Phasenverschiebung $\Delta\varphi = 5\pi$.
Der neue Punkt hat also vom 3. Punkt ganz rechts die Entfernung
$\underline{\underline{d = 2\frac{1}{2}\lambda}}$.

Aufgabe 3

a)

$$c = \lambda \cdot f = 6\,\text{m} \cdot 3\,\text{Hz} = 18\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$x_1 = c \cdot t_1 \quad \Leftrightarrow$$

$$t_1 = \frac{x_1}{c} = \frac{135\,\text{m}}{18\,\frac{\text{m}}{\text{s}}} = 7{,}5\,\text{s}$$

Die Welle benötigt die Zeit $\underline{\underline{t_1 = 7{,}5\,\text{s}}}$ um sich 125 m weit auszubreiten.

b) Da die Strecke $x_2 = 270\,\text{m}$ doppelt so groß ist wie die Strecke $x_1 = 135\,\text{m}$, benötigt die Welle für die Strecke x_2 die doppelte Zeit wie für die Strecke x_1.

Also gilt: $t_2 = 2 \cdot t_1 = 2 \cdot 7{,}5\,\text{s} = 15\,\text{s}$

Zur Zeit $t^* = 16{,}7\,\text{s}$ schwingt das Teilchen an der Stelle x_2 bereits 1,7 s lang. Es gilt das Elongation-Zeit-Gesetzt

$$s(t) = s_{max} \sin \omega t = s_{max} \sin 2\pi f t$$

$$s(1{,}7\,\text{s}) = 0{,}8\,\text{m} \sin 2\pi \cdot 3\,\text{Hz} \cdot 1{,}7\,\text{s} \approx 0{,}470\,\text{m}$$

Zur Zeit t^* hat das Teilchen an der Stelle x_2 die Amplitude $\underline{\underline{s = 0{,}470\,\text{m}}}$.

c) Die Welle benötigt die Zeit $t_x = \frac{x}{c}$ um den Ort des schwingenden Teilchens zu erreichen.
Zur Zeit t_x beginnt das Teilchen aus der Ruhelage heraus zu schwingen.
Um zum ersten Mal nach Beginn der Schwingung seine maximale Amplitude zu erreichen, benötigt es ein Viertel seiner Schwingungsdauer T.
Die maximale Amplitude wird also zum ersten Mal zur Zeit $t_{max,1} = t_x + \frac{1}{4}T$ erreicht.

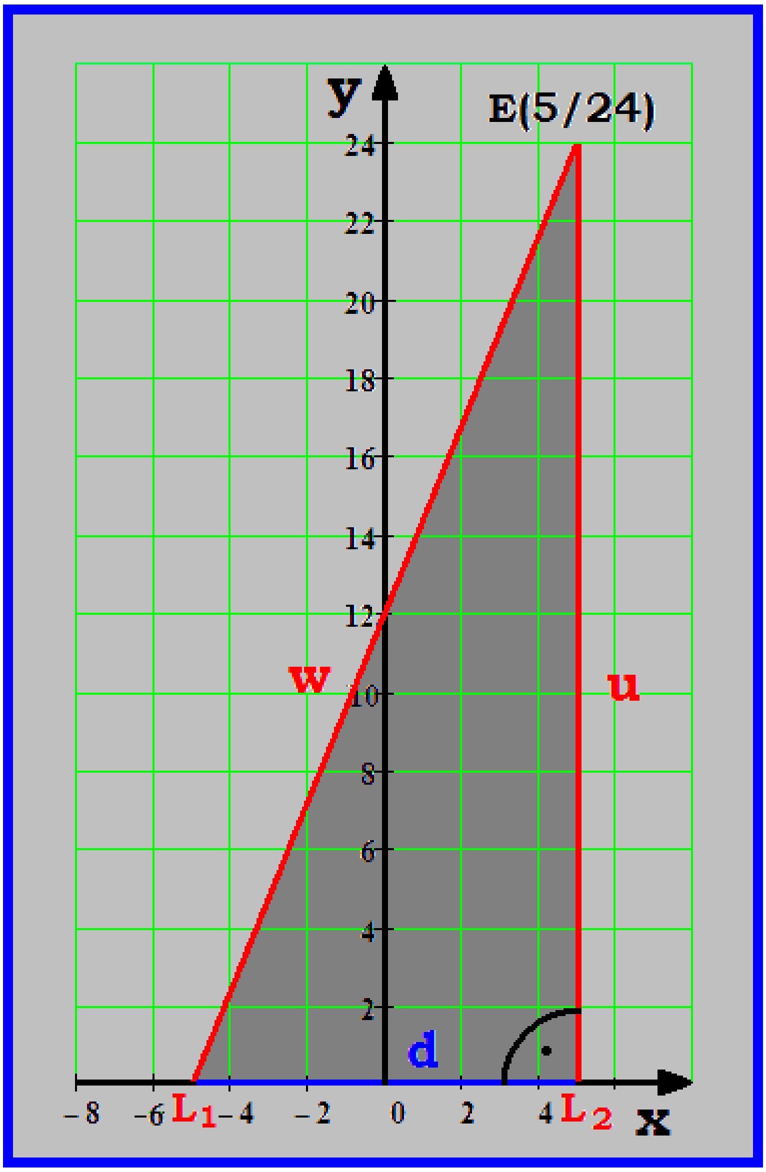
Mit $t_x = \frac{x}{c}$ folgt: $t_{max,1} = \frac{x}{c} + \frac{1}{4}T \quad \Leftrightarrow \quad \frac{x}{c} = t_{max,1} - \frac{1}{4}T \quad \Leftrightarrow$

$$x = \left(t_{max,1} - \frac{1}{4}T\right) c = \left(5{,}75\,\text{s} - \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{3}\,\text{s}\right) \cdot 18\,\frac{\text{m}}{\text{s}} = 102\,\text{m}$$

Das Teilchen ist $\underline{\underline{x = 102\,\text{m}}}$ von der Ausbreitungsstelle der Welle entfernt.

Aufgabe 4

a)



b) $w = \sqrt{d^2 + u^2} = \sqrt{(10\text{ m})^2 + (24\text{ m})^2} = \sqrt{676\text{ m}^2} = 26\text{ m}$

Die Wellen die von den Lautsprechern L_1 und L_2 ausgehen haben im Punkt E (5/24) den Gangunterschied

$\Delta g = w - u = 26\text{ m} - 24\text{ m} = 2\text{ m}$

Die Wellenlänge λ beträgt: $\lambda = \frac{c}{f} = \frac{340\ \frac{\text{m}}{\text{s}}}{425\text{ Hz}} = \frac{340\ \frac{\text{m}}{\text{s}}}{425\text{ s}^{-1}} = 0{,}8\text{ m}$

$\frac{\Delta g}{\lambda} = \frac{2\text{ m}}{0{,}8\text{ m}} = 2{,}5 = \frac{5}{2}$

Der Gangunterschied Δg ist das $\underline{\underline{2{,}5\ \text{fache}}}$ der Wellenlänge λ.

Damit beträgt der Gangunterschied ein ungerades Vielfaches der halben Wellenlänge. Die Bedingung für destruktive Interferenz ist also erfüllt.

Fortsetzung von Aufgabe 4

c) 1. Bedingung: $\Delta g = 3\lambda = 2\text{ m}$

$$\lambda = \frac{2}{3}\text{ m}$$

Damit erhält man für die Frequenz: $f = \dfrac{c}{\lambda} = \dfrac{340\,\frac{\text{m}}{\text{s}}}{\frac{2}{3}\text{ m}} = 510\text{ Hz}$

Der Frequenzunterschied beträgt: $\Delta f = 510\text{ Hz} - 425\text{ Hz} = 85\text{ Hz}$

Man muss die Frequenz der Lautsprecher um $\underline{\underline{\Delta f = 85\text{ Hz}}}$ erhöhen.

c) 2. Bedingung: $\Delta g = 2\lambda = 2\text{ m}$

$$\lambda = 1\text{ m}$$

Damit erhält man für die Frequenz: $f = \dfrac{c}{\lambda} = \dfrac{340\,\frac{\text{m}}{\text{s}}}{1\text{ m}} = 340\text{ Hz}$

Der Frequenzunterschied beträgt: $\Delta f = 425\text{ Hz} - 340\text{ Hz} = 85\text{ Hz}$

Man muss die Frequenz der Lautsprecher um $\underline{\underline{\Delta f = 85\text{ Hz}}}$ senken.

d) Jeder Punkt auf der y-Achse hat vom Lautsprecher L_1 und vom Lautsprecher L_2 den gleichen Abstand. Die Wellen haben folglich den Gangunterschied $\Delta g = 0$. Also liegt konstruktive Interferenz vor.

e) Beide Lautsprecher müssen gegenphasig schwingen. Man kann dies erreichen, indem man die Verbindungen zur Wechselstromquelle des einen Lautsprechers umpolt.

Aufgabe 5

a) Entfernung bis zur ersten Reflexion:

$$x_1 = \frac{t_1^* - t_1}{2} \cdot c = \frac{6\text{ s}}{2} \cdot 1500\,\frac{\text{m}}{\text{s}} = 3 \cdot 1500\text{ m} = 4500\text{ m}$$

Entfernung bis zur zweiten Reflexion:

$$x_2 = \frac{t_2^* - t_2}{2} \cdot c = \frac{15{,}627\text{ s} - 10\text{ s}}{2} \cdot 1500\,\frac{\text{m}}{\text{s}} = 2{,}836\text{ s} \cdot 1500\text{ m} = 4254\text{ m}$$

Zurückgelegte Strecke Δx zwischen den beiden Reflexionen:

$$\Delta x = x_1 - x_2 = 4500\text{ m} - 4254\text{ m} = 246\text{ m}$$

Zeit der ersten Reflexion:

$$t_{1,R} = \frac{t_1 + t_1^*}{2} = 3\text{ s}$$

Zeit der zweiten Reflexion:

$$t_{2,R} = \frac{t_2 + t_2^*}{2} = \frac{10\text{ s} + 15{,}672\text{ s}}{2} = \frac{25{,}672\text{ s}}{2} = 12{,}836\text{ s}$$

Zeitdauer Δt zwischen den Reflexionen:

$$\Delta t = t_{2,R} - t_{1,R} = 12{,}836\text{ s} - 3\text{ s} = 9{,}836\text{ s}$$

Geschwindigkeit des Objekts

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{246\text{ m}}{9{,}836\text{ s}} \approx 25\ \frac{\text{m}}{\text{s}} = 25 \cdot 3{,}6\ \frac{\text{km}}{\text{h}} = 90\ \frac{\text{km}}{\text{h}}$$

Das Objekt bewegt sich mit der Geschwindigkeit $\underline{\underline{v = 25\ \frac{\text{m}}{\text{s}} = 90\ \frac{\text{km}}{\text{h}}}}$ auf das U-Boot zu.

Da Fische normalerweise nicht so schnell schwimmen, könnte es sich um einen T o r p e d o handeln.

Zur Zeit $t_{1,R} = 3$ s der ersten Reflexion war der Torpedo noch die Strecke $x_1 = 4500$ m vom U-Boot entfernt.

In der Zeitspanne $t_2^* - t_{1,R} = 15{,}672\text{ s} - 3\text{ s} = 12{,}672$ s hat sich der Torpedo mit der Geschwindigkeit $v = 25\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$ dem U-Boot um die Strecke

$x_N = 12{,}672\text{ s} \cdot 25\ \frac{\text{m}}{\text{s}} = 316{,}8$ m genähert. Daraus folgt:

$$x_{t_2^*} = 4500\text{ m} - 316{,}8\text{ m} = 4183{,}2\text{ m} \approx 4183\text{ m}$$

Der Torpedo ist zur Zeit t_2^* noch die Strecke $\underline{\underline{x_{t_2^*} = 4183\text{ m}}}$ vom U-Boot entfernt.

b) $$t_{gegen} = \frac{4183\text{ m}}{25\ \frac{\text{m}}{\text{s}}} = 167{,}32\text{ s} \approx 167\text{ s} = 2\text{ min } 47\text{ s}$$

Für geeignete Gegenmaßnahmen bleibt noch die Zeit $\underline{\underline{t_{gegen} = 2\text{ min } 47\text{ s.}}}$

c) Das ruhende U-Boot sendet die "Pings" mit der Frequenz $f_0 = 500$ Hz.

Der Torpedo, der sich als Empfänger auf das U-Boot zu bewegt, empfängt das Signal mit der Frequenz

$$f_T = \left(1 + \frac{v}{c}\right) \cdot f_0 = \left(1 + \frac{25\ \frac{\text{m}}{\text{s}}}{1500\ \frac{\text{m}}{\text{s}}}\right) \cdot 500\text{ Hz} = 508\frac{1}{3}\text{ Hz}$$

Der Torpedo wird bei der Reflexion des Signals mit der Frequenz f_T zum bewegten Sender, der sich auf das U-Boot zu bewegt.

Das U-Boot empfängt das Signal mit der Frequenz

$$f_{Echo} = \left(\frac{1}{1 - \frac{v}{c}}\right) \cdot f_T = \left(\frac{1}{1 - \frac{25\ \frac{\text{m}}{\text{s}}}{1500\ \frac{\text{m}}{\text{s}}}}\right) \cdot 508\frac{1}{3}\text{ Hz} = 516{,}9491\text{ Hz} \approx 517\text{ Hz}$$

Die gemeinsame Frequenz der beiden "Pingechos" beträgt $\underline{\underline{f_{Echo} = 517\text{ Hz.}}}$

d) Wenn die Frequenz des zweiten Echos größer ist als die des ersten, hat der Torpedo zwischen den beiden Reflexionen beschleunigt und bewegt sich mit einer größeren Geschwindigkeit auf das U-Boot zu.

Die Mannschaft hat noch weniger Zeit geeignete Gegenmaßnahmen zur Abwehr des Torpedos zu ergreifen

"Die Jungs kriegen in ihrem Muschelschubser also echt Stress".