Übungsaufgaben z. Th. Plattenkondensator

Aufgabe 1

Die Platten eines Kondensators haben den Radius r = 18 cm. Der Abstand zwischen den Platten beträgt d = 1,5 cm. An den Kondensator wird die Spannung U = 8,2 kV angelegt. Zwischen den Platten befindet sich ein Material mit der Dielektrizitätszahl $\varepsilon_r = 3{,}5$.

a) Berechnen Sie die Kapazität des Kondensators, die Ladung die auf den Platten gespeichert ist und die Stärke des elektrischen Feldes zwischen den Platten.

   Die Platten des Kondensators werden um 8 mm auseinandergezogen. Dabei bleibt der Kondensator an der Spannungsquelle angeschlossen. Das Material zwischen den Platten wird durch einen anderen Isolator mit der Dielektrizitätszagl $\varepsilon_r = 7{,}4$ ersetzt.

b) Berechnen Sie für diesen Kondensator ebenfalls die Kapazität, die Ladung und die elektrische Feldstärke.

Aufgabe 2

Ein Plattenkondensator hat die Kapazität 3,9825 pF. Zwischen den Platten befindet sich
zunächst Luft ($\varepsilon_r \approx 1$). Die Platten haben den Abstand $d = 2$ mm voneinander.

Im elektrischen Feld des Kondensators ist die Energie $W_{el} = 2{,}867 \cdot 10^{-8}$ J gespeichert.

a) Berechnen Sie die Größe der Kondensatorplatten.
b) Berechnen Sie die Spannung, die am Kondensator anliegt.
   (Runden Sie auf volle Volt).
c) Berechnen Sie die Ladung Q, die im Kondensator gespeichert ist.
d) Berechnen Sie die Flächenladungsdichte σ des Kondensators.
e) Berechnen Sie auf zwei Arten die elektrische Feldstärke.
f) Berechnen Sie die Energiedichte des elektrischen Feldes.

Der Kondensator wird von der Spannungsquelle getrennt. Der Plattenabstand wird vervierfacht.Zwischen die Platten wird ein Dielektrikum mit der Dielektrizitätszahl $\varepsilon_r = 8$ geschoben.

g) Nennen Sie die Größen, die beim Auseinanderziehen der Platten und dem Einfügen des Dielektrikums konstant geblieben sind.
   Bestimmen Sie den Faktor, um den sich die Kapazität des Kondensators verändert hat.
   Bestimmen Sie auch für den veränderten Kondensator die zuvor in den Teilaufgaben a) – f) berechneten Größen, die nicht konstant geblieben sind.

Aufgabe 3

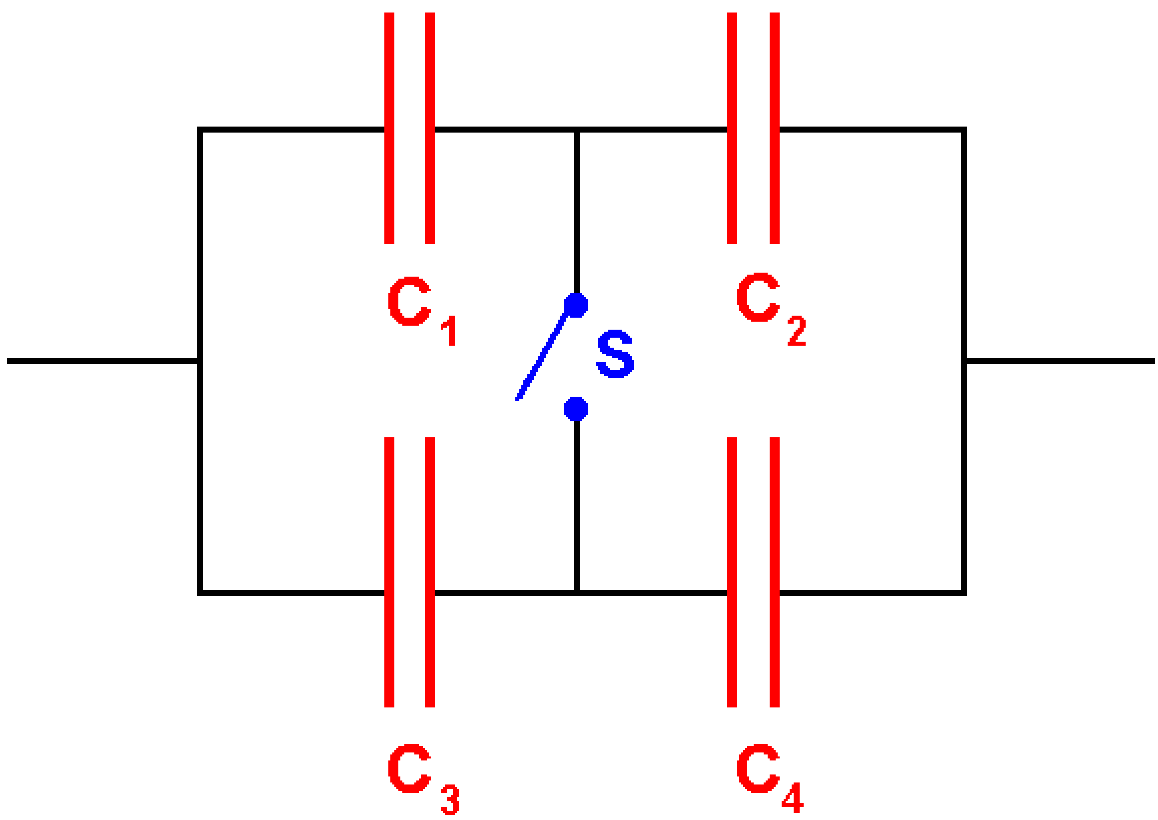
Ein Kondensator K_1 hat die Kapazität $C_1 = 7\ \mu F$. Dieser Kondensator wird mit der Spannung U_1 aufgeladen und dann von der Spannungsquelle getrennt. Im Kondensator ist die Energie W_1 gespeichert.
Zu diesem Kondensator K_1 wird nun ein zweiter Kondensator K_2 mit der Kapazität C_2 parallel geschaltet. Die Energie, die insgesamt in den beiden Kondensatoren K_1 und K_2 gespeichert ist, hat einen um 20% geringeren Wert als die Energie W_1 die vor dem Abtrennen von der Spannungsquelle allein im Kondensator K_1 gespeichert war.

a) Berechnen Sie die Kapazität C_2 des Kondensators K_2.
   Zeigen Sie, dass diese Kapazität C_2 unabhängig von der Spannung U_1 ist.

b) Berechnen Sie die Spannung $U_{1,2}$ die an den beiden parallel geschalteten Kondensatoren K_1 und K_2 anliegt, wenn der Kondensator K_1 mit der Spannung $U_1 = 380\ V$ aufgeladen wurde.

Aufgabe 4

Gegeben ist die folgende Schaltung mit den 4 KondensatorenK_1, K_2, K_3 und K_4. mit den zugehörigen Kapazitäten $C_1 = 8\ \mu F$, $C_2 = 20\ \mu F$, $C_3 = 12\ \mu F$ und $C_4 = 6\ \mu\ F$.



Fortsetzung von Aufgabe 4

Der Schalter S ist zunächst geöffnet. Die Anordnung der 4 Kondensatoren wird mit an eine Spannungsquelle mit der Spannung U angeschlossen.

a) Berechnen Sie die Gesamtkapazität der Schaltung, wenn der Schalter S geöffnet ist.

Nun wird der Schalter S geschlossen.

b) Berechnen Sie die Gesamtkapazität der Schaltung bei geschlossenem Schalter S.

Die 4 Kondensatoren werden entladen. Der Kondensator K_4 wird durch einen Kondensator K_x mit der Kapazität C_x ersetzt. Die Kapazität C_x dieses Kondensators soll gewählt werden, dass bei zunächst geöffnetem Schalter S und dann bei geschlossenem Schalter S die Gesamtkapazität der Schaltung gleich bleibt.

c) Bestimmen Sie die Größe der Kapazität C_x.

Aufgabe 5

Ein Kondensator K_1 hat die feste Kapazität $C_1 = 40\,\mathrm{nF}$. Zu diesem Kondensator wird ein zweiter Kondensator K_2 mit regelbarer Kapazität C_2 geschaltet.
Der Kondensator K_2 ist ein Drehkondensator, der bei vollständig herausgedrehten Platten (Drehwinkel $\alpha = 0°$) seine kleinste Kapazität $C_{2,min} = 32\,\mathrm{nF}$.
Beim Hereindrehen der Platten steigt die Kapazität linear zum Drehwinkel an.
Bei vollständig hereingedrehten Platten (Drehwinkel $\alpha = 180°$) hat der Drehkondensator K_2 seine größte Kapazität $C_{2,max} = 167\,\mathrm{nF}$.

a) Bestimmen Sie die größte Kapazität $C_{ges,max}$, die man durch das Zusammenschalten der beiden Kondensatoren erreichen kann.

b) Bestimmen Sie die kleinste Kapazität $C_{ges,min}$, die man durch das Zusammenschalten der beiden Kondensatoren erreichen kann.

c) Welchen Drehwinkel muß man am Kondensator K_2 einstellen, damit man die Gesamtkapazität $C_{ges} = 24\,\mathrm{nF}$ erhält ?
Wie sind die Kondensatoren K_1 und K_2 in diesem Fall geschaltet ?

Elektrische Feldkonstante: $\varepsilon_0 = 8{,}85 \cdot 10^{-12}\,\frac{\mathrm{A\,s}}{\mathrm{V\,m}}$

L ö s u n g e n

Aufgabe 1

a) $C = \varepsilon_0 \, \varepsilon_r \dfrac{A}{d} = \varepsilon_0 \, \varepsilon_r \dfrac{\pi \, r^2}{d} = 8{,}85 \cdot 10^{-12} \dfrac{\mathrm{A\,s}}{\mathrm{V\,m}} \cdot 3{,}5 \cdot \dfrac{\pi \cdot (0{,}18 \mathrm{~m})^2}{0{,}015 \mathrm{~m}} \approx 2{,}10 \cdot 10^{-10} \mathrm{~F}$

Die Kapazität des Kondensators beträgt $C = 210 \mathrm{~pF}$.

$Q = C \cdot U = 210 \cdot 10^{-12} \mathrm{~F} \cdot 8200 \mathrm{~V} = 1{,}722 \cdot 10^{-6} \mathrm{~C}$

Auf den Kondensatorplatten ist die Ladung $Q = 1{,}722 \cdot 10^{-6} \mathrm{~C}$ gespeichert.

$E = \dfrac{U}{d} = \dfrac{8200 \mathrm{~V}}{0{,}015 \mathrm{~m}} = 546667 \dfrac{\mathrm{V}}{\mathrm{m}}$

Die Stärke des elektrischen Feldes beträgt $E = 546667 \dfrac{\mathrm{V}}{\mathrm{m}}$.

b) $C = \varepsilon_0 \, \varepsilon_r \dfrac{A}{d} = \varepsilon_0 \, \varepsilon_r \dfrac{\pi \, r^2}{d} = 8{,}85 \cdot 10^{-12} \dfrac{\mathrm{A\,s}}{\mathrm{V\,m}} \cdot 7{,}4 \cdot \dfrac{\pi \cdot (0{,}18 \mathrm{~m})^2}{0{,}023 \mathrm{~m}} \approx 2{,}90 \cdot 10^{-10} \mathrm{~F}$

Die Kapazität des Kondensators beträgt $C = 290 \mathrm{~pF}$.

$Q = C \cdot U = 290 \cdot 10^{-12} \mathrm{~F} \cdot 8200 \mathrm{~V} = 2{,}378 \cdot 10^{-6} \mathrm{~C}$

Auf den Kondensatorplatten ist die Ladung $Q = 2{,}378 \cdot 10^{-6} \mathrm{~C}$ gespeichert.

$E = \dfrac{U}{d} = \dfrac{8200 \mathrm{~V}}{0{,}023 \mathrm{~m}} = 356522 \dfrac{\mathrm{V}}{\mathrm{m}}$

Die Stärke des elektrischen Feldes beträgt $E = 356522 \dfrac{\mathrm{V}}{\mathrm{m}}$

Aufgabe 2

a) $C = \varepsilon_0 \cdot \dfrac{A}{d} \quad \Leftrightarrow \quad A = \dfrac{C \cdot d}{\varepsilon_0}$

$$A = \frac{3{,}9825 \cdot 10^{-12} \mathrm{~F} \cdot 0{,}002 \mathrm{~m}}{8{,}85 \cdot 10^{-12} \frac{\mathrm{A\,s}}{\mathrm{V\,m}}} = 9 \cdot 10^{-4} \mathrm{~m}^2 = 9 \mathrm{~cm}^2$$

Die Kondensatorplatten haben die Größe $A = 9 \mathrm{~cm}^2$.

Fortsetzung von Aufgabe 2

b) $W = \frac{1}{2} \cdot C \cdot U^2 \quad \Rightarrow \quad U = \sqrt{\frac{2\,W}{C}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 2{,}867 \cdot 10^{-8}\,J}{3{,}9825 \cdot 10^{-12}\,F}} = 120\,V$

Am Kondensator liegt die Spannung $\underline{\underline{U = 120\,V}}$ an.

c) $Q = C \cdot U = 3{,}9825 \cdot 10^{-12}\,F \cdot 120\,V = 4{,}779 \cdot 10^{-10}\,C$

Im Kondensator ist die Ladung $\underline{\underline{Q = 4{,}778 \cdot 10^{-10}\,C}}$ gespeichert.

d) $\sigma = \frac{Q}{A} = \frac{4{,}779 \cdot 10^{-10}\,C}{9 \cdot 10^{-4}\,m^2} = 5{,}31 \cdot 10^{-7}\,\frac{C}{m^2}$

Die Flächenladungsdichte beträgt $\underline{\underline{\sigma = 5{,}31 \cdot 10^{-7}\,\frac{C}{m^2}}}$.

e) 1.Möglichkeit

$E = \frac{U}{d} = \frac{120\,V}{0{,}002\,m} = 60000\,\frac{V}{m}$

2. Möglichkeit

$\sigma = \varepsilon_0 \cdot E \quad \Leftrightarrow \quad E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0} = \frac{5{,}31 \cdot 10^{-7}\,\frac{C}{m^2}}{8{,}85 \cdot 10^{-12}\,\frac{A\,s}{V\,m}} = 60000\,\frac{V}{m}$

Die elektrische Feldstärke beträgt $\underline{\underline{E = 60000\,\frac{V}{m}}}$.

f) $\rho_{el} = \frac{1}{2} \cdot \varepsilon_0 \cdot E^2 = \frac{1}{2} \cdot 8{,}85 \cdot 10^{-12}\,\frac{A\,s}{V\,m} \cdot (6 \cdot 10^4\,\frac{V}{m})^2 = 1{,}593 \cdot 10^{-2}\,\frac{J}{m^3}$

Die Energiedichte des elektrischen Feldes beträgt $\underline{\underline{\rho_{el} = 1{,}593 \cdot 10^{-2}\,\frac{J}{m^3}}}$.

g) Die Größe A der Kondensatorplatten, die gespeicherte Ladung Q und die Flächenladungsdichte σ sind beim Auseinanderziehen der latten und dem Einfügen eines Dielektrikums unverändert geblieben.
Die Kapazität C ist zunächst 4 mal so klein geworden, weil der Plattenabstand d vervierfacht wurde. Durch Einfügen eines Dielektrikums mit $\varepsilon_r = 8$ wird diese um den Faktor 4 verkleinerte Kapazität 8 mal so groß.
Insgesamt hat sich die Kapazität also verdoppelt.

Fortsetzung von Aufgabe 2 g

Wegen $Q = \text{const} = C \cdot U$ folgt: Die Spannung U ist nur noch halb so groß wie zuvor.

Die Spannung beträgt nun $\underline{\underline{U = 60\ \text{V}}}$.

Für die elektrische Feldstärke E gilt:

1) $E = \dfrac{U}{d} = \dfrac{60\ \text{V}}{0{,}008\ \text{m}} = 7500\ \dfrac{\text{V}}{\text{m}}$ und

2) $E = \dfrac{\sigma}{\varepsilon_0 \cdot \varepsilon_r} = \dfrac{5{,}31 \cdot 10^{-7}\ \frac{\text{C}}{\text{m}^2}}{8{,}85 \cdot 10^{-12}\ \frac{\text{A s}}{\text{V m}} \cdot 8} = 7500\ \dfrac{\text{V}}{\text{m}}$

Die elektrische Feldstärke beträgt $\underline{\underline{E = 7500\ \dfrac{\text{V}}{\text{m}}}}$.

Für die Energiedichte des elektrischen Feldes gilt:

$$\rho_{el} = \frac{1}{2} \cdot \varepsilon_0 \cdot \varepsilon_r \cdot E^2 = \frac{1}{2} \cdot 8{,}85 \cdot 10^{-12}\ \frac{\text{A s}}{\text{V m}} \cdot 8 \cdot \left(7500\ \frac{\text{V}}{\text{m}}\right)^2 = 1{,}99 \cdot 10^{-3}\ \frac{\text{J}}{\text{m}^3}$$

Die Energiedichte des elektrischen Feldes beträgt $\underline{\underline{\rho_{el} = 1{,}99 \cdot 10^{-3}\ \dfrac{\text{J}}{\text{m}^3}}}$.

Aufgabe 3

a) Nach dem Aufladen und Trennen von der Spannungsquelle enthält der Kondensator K_1 die Energie $W_1 = \dfrac{1}{2} \cdot C_1 \cdot U_1^2$

Durch die Parallelschaltung des Kondensators K_2 fließt ein Teil der Ladung von K_1 auf diesen.Dabei sinkt die gemeinsame Spannung auf den Wert U_2.

Beide Kondensatoren haben zusammen die Kapazität

$C_{1,2} = C_1 + C_2$ und die Energie $W_{1,2} = \dfrac{1}{2} \cdot (C_1 + C_2) \cdot U_2^2$

Nach Aufgabenstellung gilt:

$$W_{1,2} = \frac{4}{5} W_1 \quad \text{also} \quad \frac{1}{2} \cdot (C_1 + C_2) \cdot U_2^2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{4}{5} \cdot C_1 \cdot U_1^2 \quad \Leftrightarrow$$

$$(C_1 + C_2) \cdot U_2^2 = \frac{4}{5} \cdot C_1 \cdot U_1^2 \qquad (\alpha)$$

Da nach dem Abtrennen des Kondensators K_1 von der Stromquelle die Ladung Q im System erhalten bleibt, gilt:

$Q = C_1 \cdot U_1$ und $Q = (C_1 + C_2) \cdot U_2$

Fortsetzung von Aufgabe 3 a

Durch Gleichsetzen erhält man:

$$C_1 \cdot U_1 \;=\; (\,C_1 + C_2\,) \cdot U_2 \quad \Leftrightarrow \quad U_2 \;=\; \frac{C_1}{C_1 + C_2} \cdot U_1$$

Einsetzen in Gleichung (α) ergibt:

$$(\,C_1 + C_2\,) \cdot \left(\frac{C_1}{C_1 + C_2} \right)^2 \cdot U_1^2 \;=\; \frac{4}{5} \cdot C_1 \cdot U_1^2$$

Durch Division durch U_1^2 erhält man:

$$(\,C_1 + C_2\,) \cdot \left(\frac{C_1}{C_1 + C_2} \right)^2 \;=\; \frac{4}{5} \cdot C_1$$

In dieser Gleichung kommt die Spannung U_1 nicht mehr vor.
Die Kapazität C_2 ist folglich u n a b h ä n g i g v o n U_1.

Auflösen der Gleichung nach C_2 ergibt:

$$C_2 \;=\; \frac{1}{4} \cdot C_1 \;=\; \frac{1}{4} \cdot 7\ \mu F \;=\; 1{,}75\ \mu F$$

Die Kapazität des Kondensators K_2 beträgt C_2 1,75 µF.

b) $$U_2 \;=\; \frac{C_1}{C_1 + C_2} \cdot U_1 \;=\; \frac{7\ \mu F}{7\ \mu F + 1{,}75\ \mu F} \cdot 380\ V \;=\; 304\ V$$

An den beiden parall geschalteten kondensatoren liegt die Spannung
$U_2 = 304\ V$.

Aufgabe 4

a) Bei geöffnetem Schalter sind die Kapazitäten C_1 und C_2, sowie die Kapazitäten C_3 und C_4 in Serie geschaltet. Die Ersatzkapazitäten $C_{1,2}$ und $C_{3,4}$ betragen:

$$C_{1,2} \;=\; \frac{C_1 \cdot C_2}{C_1 + C_2} \;=\; \frac{8\ \mu F \cdot 20\ \mu F}{8\ \mu F + 20\ \mu F} \;=\; 5\frac{5}{7}\ \mu F \qquad \text{und}$$

$$C_{3,4} \;=\; \frac{C_3 \cdot C_4}{C_3 + C_4} \;=\; \frac{12\ \mu F \cdot 6\ \mu F}{12\ \mu F + 6\ \mu F} \;=\; 4\ \mu F$$

Die Ersatzkapazitäten $C_{1,2}$ und $C_{3,4}$ sind zueinander parallel geschaltet.

$$C_{ges} \;=\; C_{1,2} + C_{3,4} \;=\; 5\frac{5}{7}\ \mu F + 4\ \mu F \;=\; 9\frac{5}{7}\ \mu F \;\approx\; 9{,}714\ \mu F$$

Die Gesamtkapazität der Schaltung beträgt bei geöffnetem Schalter
$C_{ges} = 9{,}714\ \mu F$.

Fortsetzung von Aufgabe 4

b) Bei geschlossenem Schalter sind die Kapazitäten C_1 und C_3, sowie die Kapazitäten C_2 und C_4 parallel geschaltet.Die Ersatzkapazitäten $C_{1,3}$ und $C_{2,4}$ betragen:

$C_{1,3} = C_1 + C_3 = 8\ \mu F + 12\ \mu F = 20\ \mu F$ und

$C_{2,4} = C_2 + C_4 = 20\ \mu F + 6\ \mu F = 26\ \mu F$

Die Ersatzkapazitäten $C_{1,3}$ und $C_{2,4}$ sind in Serie geschaltet.

$$C_{ges} = \frac{C_{1,3} \cdot C_{2,4}}{C_{1,3} + C_{2,4}} = \frac{20\ \mu F \cdot 26\ \mu F}{20\ \mu F + 26\ \mu F} = 11\frac{7}{23}\ \mu F \approx 11{,}304\ \mu F$$

Die Gesamtkapazität der Schaltung beträgt bei geschlossenem Schalter
$\underline{\underline{C_{ges} = 11{,}304\ \mu F}}$.

c) Lösung 1

Da die Spannungsquelle angeschlossen bleibt und beim Schließen des Schalters S die Gesamtkapazität des Systems $C_{ges} = \frac{Q}{U}$ unverändert bleinen soll, muß die Kapazität C_x so gewählt werden, dass durch den geschlossenen Schalter S keine Ladung fließt. Das bedeutet aber, dass das Verbindungskabel zwischen den Kondensatoren K_1 und K_2 und das Kabel zwischen K_3 und K_4 auf dem selben elektrischen Potential liegen, denn nur dann hat die Spannung am geöffnetem Schalter den Wert Null und es kann beim Schließen des Schalters kein Strom fließen.
Weil bei geöffnetem Schalter die Kondensatoren K_1 und K_2 sowie die Kondensatoren K_3 und K_4 jeweils in Serie geschaltet sind, gilt für die Spannung U der Stromquelle:

$U = U_1 + U_2$ und $U = U_3 + U_x$

Die Bedingung, dass am Schalter keine Spannung anliegt, ist nur erfüllt, wenn gilt: $U_1 = U_2$ und $U_3 = U_x$

Durch Division dieser beiden Gleichungen erhält man: $\frac{U_1}{U_3} = \frac{U_2}{U_x}$

Durch Umformen dieser Gleichung mit der "Kondensatorgleichung" $Q = C \cdot U$ bzw. $U = \frac{Q}{C}$ ergibt sich:

$$\frac{Q_1}{C_1} : \frac{Q_3}{C_3} = \frac{Q_2}{C_2} : \frac{Q_x}{C_x} \Leftrightarrow \frac{Q_1 \cdot C_3}{C_1 \cdot Q_3} = \frac{Q_2 \cdot C_x}{C_2 \cdot Q_x} \Leftrightarrow C_x = \frac{Q_1 \cdot C_3 \cdot C_2 \cdot Q_x}{C_1 \cdot Q_3 \cdot Q_2} \qquad (\alpha)$$

Da ja bei geöffnetem Schalter die Kapazitäten C_1 und C_2 sowie die kapazitäten C_3 und C_x in Serie geschaltet sind, gilt für die Ladungen auf den einzelnen Kondensatoren:

$Q_1 = Q_2 := Q_{1,2}$ und $Q_3 = Q_x := Q_{3,x}$

Fortsetzung von Aufgabe 4 c

Durch Einsetzen in Gleichung (α) erhält man für die Kapazität C_x:

$$C_x = \frac{Q_{1,2} \cdot C_3 \cdot C_2 \cdot Q_{3,x}}{C_1 \cdot Q_{3,x} \cdot Q_{3,2}} = \frac{C_3 \cdot C_2}{C_1} = \frac{12\ \mu F \cdot 20\ \mu F}{8\ \mu F} = 30\ \mu F$$

Für die Kapazität $\underline{\underline{C_x = 30\ \mu F}}$ sind die Kapazitäten bei geöffnetem und geschlossenem Schalter gleich groß.

c) Lösung 2

Bei geöffnetem Schalter gilt: $C_{1,2} = \dfrac{C_1 \cdot C_2}{C_1 + C_2}$ und $C_{3,x} = \dfrac{C_3 \cdot C_x}{C_3 + C_x}$

Damit erhält man für die Gesamtkapazität, wenn der Schalter auf ist:

$$C_{ges,\,auf} = \frac{C_1 \cdot C_2}{C_1 + C_2} + \frac{C_3 \cdot C_x}{C_3 + C_x}$$

Bei geschlossenem Schalter gilt: $C_{1,3} = C_1 + C_3$ und $C_{2,x} = C_2 + C_x$

Damit erhält man für die Gesamtkapazität, wenn der Schalter zu ist:

$$C_{ges,zu} = \frac{(C_1 + C_3) \cdot (C_2 + C_x)}{C_1 + C_2 + C_3 + C_x}$$

C_x soll so gewählt werden, dass gilt: $C_{ges,\,auf} = C_{ges,\,zu}$, also folgt:

$$\frac{C_1 \cdot C_2}{C_1 + C_2} + \frac{C_3 \cdot C_x}{C_3 + C_x} = \frac{(C_1 + C_3) \cdot (C_2 + C_x)}{C_1 + C_2 + C_3 + C_x} \qquad (\alpha)$$

Das Auflösen dieser Gleichung nach C_x unter Verwendungder allgemeinen Größen C_1, C_2 und C_3 erfordert ohne Computerunterstützung einen hohen Aufwand an Schreib- bzw. Rechenarbeit. Um diesen Aufwand möglichst gering zu halten, setze ich in die Gleichung (α) für C_1, C_2 und C_3 die gegebenen Werte ein und lasse die Einheit μF weg.

Die Gleichung (α) lautet dann:

$$\frac{160}{28} + \frac{12\ C_x}{12 + C_x} = \frac{20\ (20 + C_x)}{40 + C_x}$$

$$\frac{40}{7} + \frac{12\ C_x}{12 + C_x} = \frac{400 + 20\ C_x}{40 + C_x}$$

$$\frac{400 + 40\ C_x + 84\ C_x}{84 + 7\ C_x} = \frac{400 + 20\ C_x}{40 + C_x}$$

$$(480 + 124\ C_x) \cdot (40 + C_x) = (400 + 20\ C_x) \cdot (84 + 7\ C_x)$$

Fortsetzung von Aufgabe 4 c (2. Lösung)

$$
\begin{aligned}
19200 + 480\,C_x + 4960\,C_x + 124\,C_x^2 &= 33600 + 2800\,C_x + 1680\,C_x + 140\,C_x^2 \\
-16\,C_x^2 + 960\,C_x - 14400 &= 0 \\
C_x^2 - 60\,C_x + 900 &= 0 \\
(C_x - 30)^2 &= 0 \\
C_x &= 30
\end{aligned}
$$

Die Gesamtkapazitäten der Schaltung sind bei geöffnetem Schalter und bei geschlossenen Schalter Glei ch groß, wenn der Kondensator K_4 die kapazität $\underline{\underline{C_4 = 30\ \mu F}}$ hat.

Aufgabe 5

a) Die größte Gesamtkapazität $C_{ges,max}$ erhält man, wenn man die Kondensatoren K_1 und K_2 parallel schaltet und die Platten von K_2 vollständig hereindreht.

$$C_{ges,max} = C_1 + C_{2,max} = 40\ nF + 167\ nF = 207\ nF$$

Die größte Kapazität beträgt $\underline{\underline{C_{ges,max} = 207\ nF}}$.

b) Die kleinste Gesamtkapazität $C_{ges,min}$ erhält man, wenn man die Kondensatoren K_1 und K_2 in Serie schaltet und die Platten von K_2 vollständig herausdreht.

$$C_{ges,min} = \frac{C_1 \cdot C_{2,min}}{C_1 + C_{2,min}} = \frac{40\ nF \cdot 32\ nF}{40\ nF + 32\ nF} = 17\frac{7}{9}\ nF$$

Die kleinste Kapazität beträgt $\underline{\underline{C_{ges,min} = 17\frac{7}{9}\ nF}}$.

c) Da $C_{ges} = 24\ nF < C_{2,min} = 32\ nF < C_1 = 40\ nF$ ist,müssen die beiden Kondensatoren <u>i n R e i h e</u> geschaltet werden.

Bei einer Parallelschaltung wäre nämlich die kleinste Kapazität
$C_{p,min} = C_1 + C_{2,min} = 40\ nF + 32\ nF = 72\ nF > 24\ nF = C_{ges}$
Für die Reihenschaltung gilt:

$$\frac{1}{C_{ges}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} \quad \Leftrightarrow \quad C_2 = \frac{C_1 \cdot C_{ges}}{C_1 - C_{ges}} = \frac{40\ nF \cdot 24\ nF}{40\ nF - 24\ nF} = 60\ nF$$

Der Drehwinkel α am Kondensator K_2 muß also so eingestellt werden, dass seine Kapazität $C_2 = 60\ nF$ beträgt.

Fortsetzung von Aufgabe 5 c

Die Formel für die Kapazität C_2 in Abhängigkeit des Drehwinkels α lautet:

$$C_2 = C_{2,min} + \frac{C_{2,max} - C_{2,min}}{180} \cdot \alpha \qquad \Leftrightarrow$$

$$\alpha = \frac{(C_2 - C_{2,min}) \cdot 180}{C_{2,max} - C_{2,min}} = \frac{(60\ nF - 32\ nF) \cdot 180°}{167\ nF - 32\ nF} = 37{,}\overline{3}°$$

Um die Gesamtkapazität von 24 nF zu erhalten, muß der Drehwinkel $\underline{\underline{\alpha = 37{,}\overline{3}°}}$ betragen.