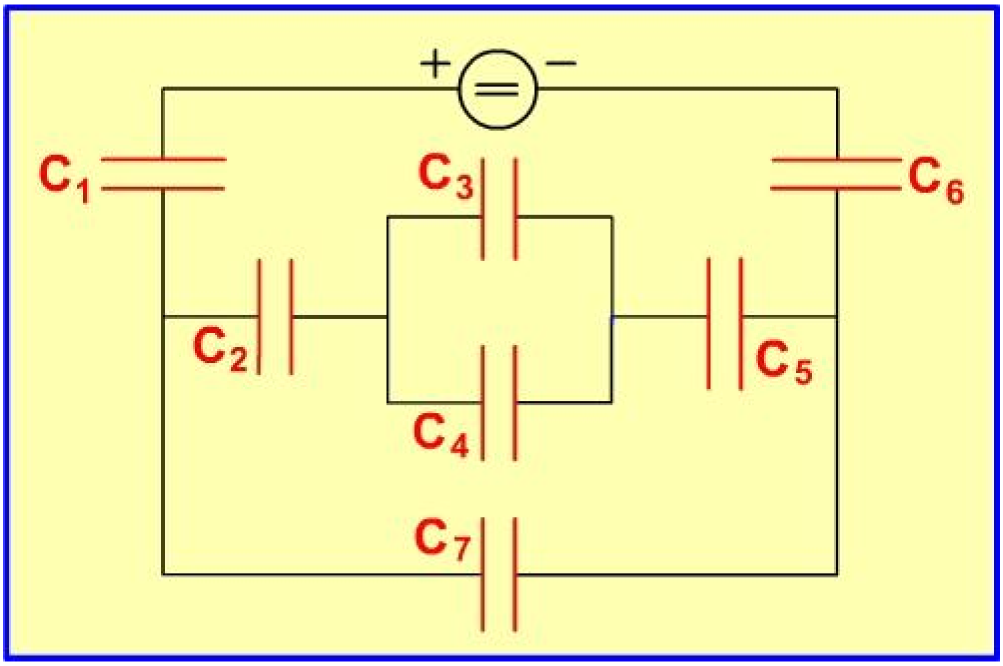
10.12.2009

Klausur Nr. 2 Gk Ph 12

1) Leiten Sie die Formel für die Gesamtkapazität von drei in Serie geschalteten Kondensatoren her.
(Zeichnung, Formeln, begründender Text)

2) Berechnen Sie die Gesamtkapazität der folgenden Schaltung:



$C_1 = 8\ \mu F$, $C_2 = 3\ \mu F$, $C_3 = 12\ \mu F$, $C_4 = 6\ \mu F$

$C_5 = 20\ \mu F$, $C_6 = 25\ \mu F$, $C_7 = 5\ \mu F$

3) Die quadratischen Platten eines Kondensators haben die Seitenlänge a = 45 cm. Der Abstand zwischen den Platten beträgt d_1 = 0,8 cm.
Der Kondensator wird mit der Spannung U_1 = 4,6 kV geladen.
Anschließend wird der Kondensator von der Spannungsquelle getrennt.

a) Berechnen Sie die Kapazität C - ,die Ladung Q - und die Energie W_1 des Kondensators.

b) Die Platten des Kondensators werden nun so weit auseinandergezogen, dass ihr Abstand d_2 = 3,2 cm beträgt.
Um welchen Betrag ΔW hat dabei die Energie des Kondensators zugenommen ?

c) Der Raum zwischen den Kondensatorplatten wird nun mit einem Dielektrikum (ε_r = 12) ausgefüllt.
Wie groß ist nun die Spannung zwischen den Kondensatorplatten ?

4) Ein Wattestück hat 0,02 g Masse und trägt die positive elektrische Ladung Q_W. Es schwebt genau in der Mitte zwischen den waagerecht ausgerichteten quadratischen Platten der Kantenlänge $a = 75\ \mathrm{cm}$ eines Kondensators. Der Abstand zwischen den Platten beträgt $d = 8\ \mathrm{cm}$.

In dem Plattenkondensator ist die Ladung $Q_C = 2{,}489 \cdot 10^{-6}\ \mathrm{C}$ gespeichert.

Die Abmessungen des Wattestücks können bei der Bearbeitung der folgenden Teilaufgaben vernachlässigt werden.
Zwischen den Platten des Kondensators befindet sich Vakuum.

a) Berechnen Sie die Spannung zwischen den Kondensatorplatten. Runden Sie auf volle Kilovolt.

b) Berechnen Sie die Ladung Q_W, die sich auf dem Wattestück befindet.

c) Die Spannung am Kondensator wird plötzlich auf den Wert $U_2 = 50000\ \mathrm{V}$ erhöht.

Nach welcher Zeit t_1 ist das Wattestück nur noch $1\ \mathrm{cm}$ von der oberen Kondensatorplatte entfernt ?

d) Zur Zeit t_1 wird die Spannung am Plattenkondensator plötzlich umgepolt. Der Betragt der Spannung beträgt wiederum 50000 V; jedoch ist nun die untere Platte negativ- und die obere positiv geladen. Mit welcher Geschwindigkeit trifft das Wattestück nach einiger Zeit auf die untere Platte ?

5) Leiten Sie die Formel für die Energie her, die in einem geladenen Plattenkondensator gespeichert ist.
(Zeichnung, Formeln, begründender Text)

6) Zwei in Serie geschaltete Kondensatoren haben die Kapazitäten
$C_1 = 12\ \mathrm{nF}$
und $C_2 = 6\ \mathrm{nF}$. Dieses System wird mit der Spannung $U = 480\ \mathrm{V}$ geladen und danach von der Spannungsquelle getrennt.

a) Bestimmen Sie die Ladungen Q_1 und Q_2, die die beiden Kondensatoren gespeichert haben.

In welchen Verhältnis verteilt sich die gespeicherte Energie auf die beiden Kondensatoren ?

b) Die beiden Kondensatoren werden nun voneinander getrennt und danach
so parallel geschaltet, dass gleichnamige Pole miteinander verbunden werden.

Berechnen Sie die Ladungen Q_1 und Q_2, die bei der oben beschriebenen Parallelschaltung in den Kondensatoren gespeichert ist.

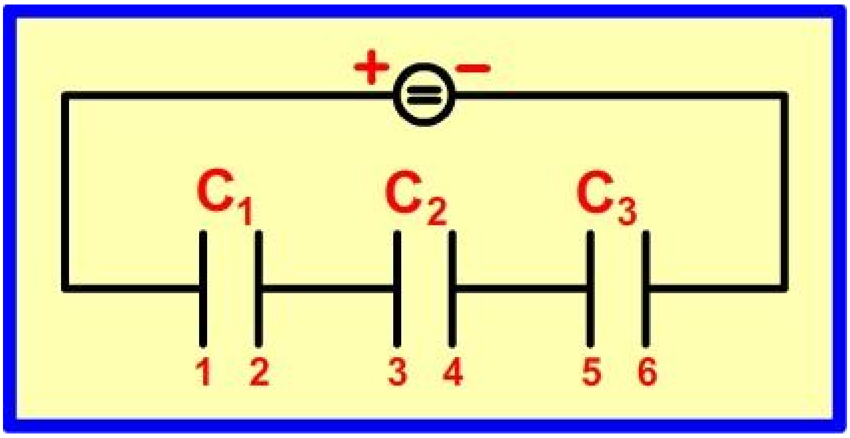
In welchem Verhältnis verteilt sich nun die gespeicherte Energie auf die beiden Kondensatoren ?

Konstanten: Dielektrizitätskonstante: $\varepsilon_0 = 8{,}85 \cdot 10^{-12}\ \frac{\mathrm{As}}{\mathrm{Vm}}$

Erdbeschleunigung: $g = 9{,}81\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$ bzw. $g = 9{,}81\ \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{kg}}$

L ö s u n g e n

Aufgabe 1



Die drei Kondensatoren mit den Kapazitäten C_1, C_2 und C_3 sind in Serie geschaltet. Die einzelnen Kondensatorplatten wurden zur leichteren textlichen Begründung durchnummeriert.
Die Stromquelle transportiert Elektronen von der Platte 1 zur Platte 6. Die Kondensatorplatte 1 wird dadurch positiv geladen (Elektronenmangel), und Platte 6 wird negativ geladen (Elektronenüberschuss). Die gesamte Ladung, die von der Stromquelle transportiert wurde sei Q_{ges}.
Die Stromquelle kann auf direktem Weg keine Ladungen auf die Platten 2, 3, 4 und 5 transportieren, weil diese Platten von den Polen der Stromquelle isoliert sind. Diese Platten können jedoch durch elektrische Influenz aufgeladen werden.
Elektronen, die sich im Metall von Platte 2 und 3 sowie in ihrem Verbindungsdraht befinden, werden durch die positiv geladene Platte 1 auf die Oberfläche der Platte 2 gezogen. Jeder positiven Ladung auf Platte 1 steht eine negative Ladung auf Platte 2 gegenüber. Da die überschüssigen Elektronen auf Platte 2 von der Platte 3 stammen, ist der Elektronebnüberschuss auf Platte 2 genau so groß, wie der Elektronenmangel auf Platte 3.
Elektronen, die sich im Metall von Platte 4 und 5 sowie in ihrem Verbindungsstück befinden, werden nun durch die positiv geladene Platte 3 auf die Oberfläche von Platte 4 gezogen. Platte 5 wird folglich positiv geladen; und zwar ist der Elektronenmangel auf platte 5 genau so groß wie der Elektronenüberschuss auf Platte 4.
Infolge der elektrischen Influenz ist in jedem der drei Kondensatoren die gleiche Ladung gespeichert. Diese entspricht der Ladung Q_{ges}, die dieStromquelle transportiert hat.

Es gilt also: $Q_{ges} = Q_1 = Q_2 = Q_3$

Fortsetzung von Aufgabe 1

Sei U_{ges} die Spannung zwischen den Polen der Stromquelle. Am ersten Kondensator liegt dann die Spannung U_1, am zweiten die Spannung U_2 und am dritten die Spannung U_3. Weil die drei Kondensatoren in Serie geschaltet sind,

gilt: $U_{ges} = U_1 + U_2 + U_3$

Mit $U_{ges} = \frac{Q_{ges}}{C_{ges}}, \quad U_1 = \frac{Q_1}{C_1}, \quad U_2 = \frac{Q_2}{C_2}, \quad U_3 = \frac{Q_3}{C_3}$ folgt:

$$\frac{Q_{ges}}{C_{ges}} = \frac{Q_1}{C_1} + \frac{Q_2}{C_2} + \frac{Q_2}{C_3} \quad \text{wegen} \quad Q_{ges} = Q_1 = Q_2 = Q_3 \quad \text{folgt:}$$

$$\frac{Q_{ges}}{C_{ges}} = \frac{Q_{ges}}{C_1} + \frac{Q_{ges}}{C_2} + \frac{Q_{ges}}{C_3}$$

Dividiert man diese Gleichung durch Q_{ges}, so erhält man die Formel für die Gesamtkapazität von drei in Serie geschalteter Kondensatoren. Sie lautet:

$$\underline{\underline{\frac{1}{C_{ges}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3}}} \quad \Leftrightarrow \quad \underline{\underline{C_{ges} = \frac{C_1 \cdot C_2 \cdot C_3}{C_1 \cdot C_2 + C_1 \cdot C_3 + C_2 \cdot C_3}}}$$

Aufgabe 2

Die Kapazitäten C_3 und C_4 sind parallel geschaltet. Also gilt:

$$C_{3,4} = C_3 + C_4 = 12\ \mu F + 6\ \mu F = 18\ \mu F$$

Die Kapazitäten C_2, $C_{3,4}$ und C_5 sind in Serie geschaltet. Also gilt:

$$\frac{1}{C_{2,3,4,5}} = \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_{3,4}} + \frac{1}{C_5} = \frac{1}{3\ \mu F} + \frac{1}{18\ \mu F} + \frac{1}{20\ \mu F} = \frac{79}{180\ \mu F} \quad \Leftrightarrow$$

$$C_{2,3,4,5} = \frac{180}{79}\ \mu F \approx 2{,}27848\ \mu F$$

Die Kapazitäten $C_{2,3,4,5}$ und C_7 sind parallel geschaltet. Also gilt:

$$C_{2,3,4,5,7} = C_{2,3,4,5} + C_7 = \frac{180}{79}\ \mu F + 5\ \mu F = \frac{575}{79}\ \mu F \approx 7{,}2785\ \mu F := C_x$$

Die Kapazitäten C_1, C_x und C_6 sind in Serie geschaltet. Also gilt:

$$\frac{1}{C_{ges}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_x} + \frac{1}{C_6} = \frac{1}{8\ \mu F} + \frac{79}{575\ \mu F} + \frac{1}{25\ \mu F} = \frac{1391}{4600\ \mu F} \quad \Leftrightarrow$$

$$C_{ges} = \frac{4600}{1391}\ \mu F = 3\frac{427}{1391}\ \mu F \approx 3{,}307\ \mu F$$

Die Schaltung hat die Gesamtkapazität $\underline{\underline{C_{ges} = 3{,}307\ \mu F}}$.

Aufgabe 3

a) $C = \varepsilon_0 \frac{A}{d} = \varepsilon_0 \frac{a^2}{d} = 8{,}85 \cdot 10^{-12} \frac{As}{Vm} \cdot \frac{(0{,}45\ m)^2}{0{,}008\ m} \approx 2{,}24 \cdot 10^{-10}\ F$

Der Kondensator hat die Kapazität $\underline{\underline{C = 2{,}24 \cdot 10^{-10}\ F}}$.

$Q = C\,U = 2{,}24 \cdot 10^{-10}\ F \cdot 4600\ V \approx 1{,}0305 \cdot 10^{-6}\ As = 1{,}0305 \cdot 10^{-6}\ C$

Der Kondensator hat die Ladung $\underline{\underline{Q = 1{,}0305 \cdot 10^{-6}\ C}}$ gespeichert.

$W = \frac{1}{2} C\,U^2 = \frac{1}{2} \cdot 2{,}24 \cdot 10^{-10}\ F \cdot (4600\ V)^2 \approx 2{,}37 \cdot 10^{-3}\ J = 2{,}37\ mJ$

Die Energie des Kondensators beträgt $\underline{\underline{W = 2{,}37\ mJ}}$.

b) Der Plattenabstand wird von 0,8 cm auf 3,2 cm - also um den Faktor 4 vergrößert. Da der Kondensator von der Stromquelle getrennt wurde, erhöht sich die Spannung um den Faktor 4. Gleichzeitig sinkt die Kapazität des Plattenkondensators um den Faktor 4.

Für die Energie W erhält man nun:

$W = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{4} C \cdot (4\,U)^2 = 4 \cdot \frac{1}{2} C\,U^2 = 4 \cdot 2{,}37\ mJ = 9{,}48\ mJ$

$\Delta W = 9{,}48\ mJ - 2{,}37\ mJ = 7{,}11\ mJ$

Die Energie des Kondensators hat um den Betrag $\underline{\underline{\Delta W = 7{,}11\ mJ}}$ zugenommen.

c) Die Spannung an den Kondensatorplatten hat bei einem Plattenabstand von $d = 3{,}2$ cm den Wert $U = 4{,}6\ kV \cdot 4 = 18{,}4\ kV = 18400\ V$

Die Kapazität des Kondensators hat bei einem Plattenabstand von $d = 3{,}2$ cm den Wert $C_{3,2} = \frac{1}{4} C$

Durch das Einbringen des Dielektrikums erhöht sich diese Kapazität um den Faktor 12. Daraus folgt:

$C_{3,2,D} = 12\,C_{3,2} = 12 \cdot \frac{1}{4} C = 3\,C$

Da die Ladung des Kondensators beim Einbringen des Dielektrikums erhalten bleibt, gilt:

$Q = C_{3,2D} \cdot U_{3,2D} \quad \Leftrightarrow$

$U_{3,2D} = \frac{Q}{C_{3,2D}} = \frac{Q}{3\,C} = \frac{1}{3}\frac{Q}{C} = \frac{1}{3} U = \frac{1}{3} \cdot 4{,}6\ kV = \frac{1}{3} \cdot 4600\ V \quad \Rightarrow$

$U_{3,2D} \approx 1533\ V$

Die Spannung am Kondensator beträgt nach dem Auseinanderziehen der Platten und dem Einfügen eines Dielektrikums $\underline{\underline{U_{3,2D} = 1533\ V}}$.

Aufgabe 4

a) $Q = C\,U \quad \Leftrightarrow$

$$U = \frac{Q}{C} = \frac{Q}{\varepsilon_0 \cdot \frac{A}{d}} = \frac{Q \cdot d}{\varepsilon_0 \cdot A} = \frac{Q \cdot d}{\varepsilon_0 \cdot a^2} = \frac{2{,}489 \cdot 10^{-6}\,\mathrm{C} \cdot 0{,}08\,\mathrm{m}}{8{,}85 \cdot 10^{-12}\,\frac{\mathrm{As}}{\mathrm{Vm}} \cdot (0{,}75\,\mathrm{m})^2}$$

$$U = 40000\mathrm{V} = 40\,\mathrm{kV}$$

Die Spannung zwischen den Kondensatorplatten beträgt $\underline{\underline{U = 40\,\mathrm{kV}}}$.

b) Wenn das Wattestück zwischen den Kondensatorplatten schwebt, besteht
Kräftegleichgewicht zwischen der elektrischen Feldkraft F_{el} und der Gewichtskraft F_G.

$$F_{el} = F_G$$

$$Q_W \cdot E = m \cdot g \quad \text{mit} \quad E = \frac{U}{d} \quad \text{folgt:}$$

$$Q_W \cdot \frac{U}{d} = m \cdot g \quad \Leftrightarrow$$

$$Q_W = \frac{m \cdot g \cdot d}{U} = \frac{0{,}00002\,\mathrm{kg} \cdot 9{,}81\,\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{kg}} \cdot 0{,}08\,\mathrm{m}}{40000\,\mathrm{V}} = 3{,}924 \cdot 10^{-10}\,\mathrm{C}$$

Auf dem Wattestück befindet sich die Ladung $\underline{\underline{Q_W = 3{,}924 \cdot 10^{-10}\,\mathrm{C}}}$.

c) Die Kraft F_{el}, die auf das Wattestück wirkt, ist proportional zur elektrischen Feldstärke E und wegen $E = \frac{U}{d}$ mit $d = \mathrm{const} = 0{,}08\,\mathrm{m}$ auch proportional zur elektrischen Spannung U.

Bei der Spannung $U = 40\,\mathrm{kV}$ gilt: $F_{el} = m \cdot g$

Bei der Spannung $U = 50\,\mathrm{kV} = 1{,}25 \cdot 40\,\mathrm{kV}$ gilt: $F_{el} = 1{,}25 \cdot m \cdot g$

Die Gesamtkraft F_{ges}, die auf das Wattestück wirkt, ist die Differenz aus elektrischer Kraft und Gewichtskraft.

$$F_{ges} = F_{el} - F_G = 1{,}25 \cdot m \cdot g - m \cdot g = 0{,}25 \cdot m \cdot g$$

Auf das Wattestück wirkt also die nach oben gerichtete Gesamtkraft $F_{ges} = 0{,}25 \cdot m \cdot g$. Das Wattestück führt folglich eine geradlinige Bewegung mit der konstanten Beschleunigung $a = 0{,}25 \cdot g$ nach oben aus.

$$s = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t_1^2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{4} \cdot g \cdot t_1^2 \quad \Leftrightarrow$$

$$t_1 = \sqrt{\frac{8\,s}{g}} = \sqrt{\frac{8 \cdot 0{,}03\,\mathrm{m}}{9{,}81\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}}} \approx 0{,}1564\,\mathrm{s}$$

Das Wattestücks hat ist zur Zeit $\underline{\underline{t_1 = 0{,}1546\,\mathrm{s}}}$ noch 1 cm von der oberen Kondensatoplatte entfernt.

Fortsetzung von Aufgabe 4

d) Zur Zeit t_1 hat das Wattestück die Geschwindigkeit

$$v_1 \;=\; a \cdot t_1 \;=\; 0{,}25 \cdot g \cdot t_1 \;=\; 0{,}25 \cdot 9{,}81\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 0{,}1546\text{ s} \;\approx\; 0{,}3836\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Nach dem Umpolen die elektrische Feldkraft nach unten gerichtet.
Die Beträge von Gewichtskraft und elektrische Feldkraft addieren sich
Folglich wird die Aufwärtsbewegung des Wattestücks nun mit der
Beschleunigung $a \;=\; 2{,}25\text{ g}$ abgebremst.

$$t_{\text{Brems}} \;=\; \frac{v}{a} \;=\; \frac{v}{2{,}25 \cdot g} \;=\; \frac{0{,}3836\,\frac{\text{m}}{\text{s}}}{2{,}25 \cdot 9{,}81\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}} \;\approx\; 0{,}017379\text{ s}$$

$$s_{\text{Brems}} \;=\; \frac{1}{2}\,a\,t^2_{\text{Brems}} \;=\; \frac{1}{2} \cdot 2\frac{1}{4}\,g\,t^2_{\text{Brems}} \;=\; \frac{1}{2} \cdot 2\frac{1}{4} \cdot 9{,}81\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot (0{,}17379\text{ s})^2$$

$$s_{\text{Brems}} \;\approx\; 0{,}003333\text{ m} \;=\; 3{,}333\text{ mm}$$

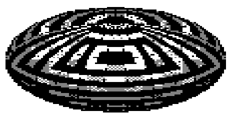
Wenn das Wattestück abgebremst wurde, ist es noch die Strecke
$s_u \;=\; 7{,}3333\text{ cm}$ von der unteren Platte entfernt.

$$s_u \;=\; \frac{1}{2}\,a\,t_u^2 \qquad \Rightarrow \qquad t_u \;=\; \sqrt{\frac{2\,s_u}{a}}$$

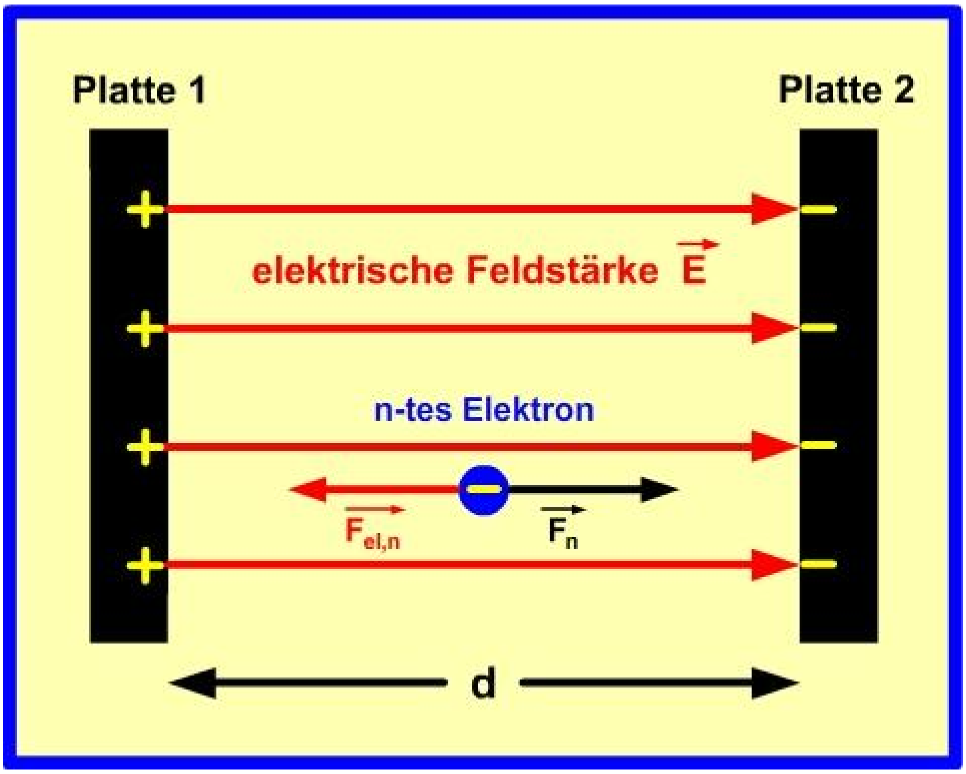
$$v \;=\; a\,t_u \;=\; a\sqrt{\frac{2\,s_u}{a}} \;=\; \sqrt{2\,a\,s_u} \;=\; \sqrt{2 \cdot 2{,}25 \cdot g \cdot s_u}\;\sqrt{4{,}5 \cdot 9{,}81\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 0{,}073333\text{ m}}$$

$$v \;\approx\; 1{,}79915\,\frac{\text{m}}{\text{s}} \;\approx\; 1{,}8\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Das Wattestück trifft nach einiger Zeit mit der Geschwindigkeit $\underline{\underline{v = 1{,}8\,\frac{\text{m}}{\text{s}}}}$
auf die untere Platte des Kondensators.



Aufgabe 5



Normalerweise wird ein Kondensator aufgeladen, indem die Stromquelle von der Platte 1 Elektronen über die Verbindungskabel zur Platte 2 transportiert. Die Platte 1 wird dadurch positiv geladen (Elektronenmangel); die Platte 2 wird negativ geladen (Elektronenüberschuss).
Bei der folgenden Herleitung stellt man sich vor, dass die Elektronen direkt durch den Raum zwischen den Kondensatorplatten, deren Abstand d beträgt, von der Platte 1 zur Platte 2 überführt werden.
zunächst sind beide Platten neutral. sobald das erste Elektron die Oberfläche der Platte 1 verlassen hat, ist diese ein wenig positiv geladen. auf das erste Elektron wirkt also eine elektrische Anziehungskraft $\vec{F}_{el,1}$, die zur Platte 1 hin gerichtet ist. bringt man das Elektron bis zur Platte 2, so wird mit Hilfe der Kraft $\vec{F}_1$ gegen diese elektrische Kraft entlang des Weges d Arbeit verrichtet.
Um das erste Elektron zur Platte 2 zu transportieren, ist also die Arbeit $W = F_1 \cdot d$ erforderlich. Diese Arbeit ist anschließend als Energie im Kondensator gespeichert.
Bringt man nun das zweite Elektron zur Platte 2 , so wirkt auf dieses eine größere Kraft, weil nun die Platte 1 stärker positiv geladen ist und sich auf Platte 2 bereits eine negative Ladung befindet. für jedes weitere Elektron, das man zur Platte 2 bringt, nimmt also die elektrische Feldkraft zu, gegen die man anarbeiten muss. Überführt man n Elektronen zur Platte 2, so ist hierfür die folgende Arbeit erforderlich:

$$W = F_1 \cdot d + F_2 \cdot d + F_3 \cdot d + \dots\dots\dots + F_n \cdot d = (F_1 + F_2 + F_3 + \dots\dots\dots + F_n) \cdot d$$

Fortsetzung von Aufgabe 5

Da das elektrische Feld und somit auch die elektrische Feldkraft auf ein Elektron linear mit der Anzahl der bereits überführten Elektronen wächst, kann man die einzelnen verschiedenen starken Kräfte durch eine durchschnittliche Kraft $\overline{F}$ ersetzen. Diese ist das arithmetische Mittel der n Einzelkräfte und folglich halb so groß wie die Kraft F_n, die man zum Transport des letzten n-ten Elektrons benötigt. Es gilt also: $\overline{F} = \frac{1}{2} \cdot F_n$

Damit erhält man für die Arbeit zum Aufladen des Kondensators

$W = \frac{1}{2} \cdot n \cdot F_n \cdot d$ mit $F_n = e \cdot E_n$ folgt:

$W = \frac{1}{2} \cdot n \cdot E_n \cdot d$ mit $n \cdot e = Q$ folgt:

$W = \frac{1}{2} \cdot Q \cdot E_n \cdot d$ mit $E_n = \frac{U_n}{d}$ folgt:

$W = \frac{1}{2} \cdot Q \cdot \frac{U_n}{d} \cdot d = \frac{1}{2} \cdot Q \cdot U_n$

Dabei ist U_n die Spannung, die nach dem Aufladen am Kondensator anliegt. Man kann den Index n weglassen und erhält somit die Formel für die im geladenen Kondensator gespeicherte Energie $W = \frac{1}{2} \cdot Q \cdot U.$ (*)

Durch Einsetzen der Gleichungen $Q = C \cdot U$ bzw. $U = \frac{Q}{C}$

erhält man noch die Energieformeln $Q = \frac{1}{2} \cdot C \cdot U^2$ und $Q = \frac{1}{2} \cdot \frac{Q^2}{C}$.

Die Formeln für die Energie eines geladenen Kondensator lauten also:

$$\underline{\underline{W = \frac{1}{2} \cdot Q \cdot U, \quad W = \frac{1}{2} \cdot C \cdot U^2 \quad \text{und} \quad W = \frac{1}{2} \cdot \frac{Q^2}{C}}}$$

Aufgabe 6

a) Da die Kapazitäten C_1 und C_2 sind Serie geschaltet sind, gilt:

$Q_{ges} = Q_1 = Q_2$ und $Q_{ges} = C_{ges} \cdot U$

$$C_{ges} = \frac{C_1 \cdot C_2}{C_1 + C_2} = \frac{12\ \text{nF} \cdot 6\ \text{nF}}{12\ \text{nF} + 6\ \text{nF}} = 4\ \text{nF}$$

$$Q_{ges} = C_{ges} \cdot U = 4\ \text{nF} \cdot 480\ \text{V} = 4 \cdot 10^{-9}\ \text{F} \cdot 480\ \text{V} = 1{,}92 \cdot 10^{-6}\ \text{As}$$

In jedem der beiden Kondensatoren ist die Ladung $\underline{\underline{Q = 1{,}92 \cdot 10^{-6}\ \text{As} = 1{,}92 \cdot 10^{-6\,\text{C}}}}$ gespeichert.

Fortsetzung von Aufgabe 6 a

$$U_1 = \frac{Q}{C_1} = \frac{1{,}92 \cdot 10^{-6}\,\text{As}}{12 \cdot 10^{-9}\,\text{F}} = 160\,\text{V}$$

$$U_2 = U - U_1 = 480\,\text{V} - 160\,\text{V} = 320\,\text{V}$$

$$\frac{W_1}{W_2} = \frac{\frac{1}{2}\,C_1\,U_1^2}{\frac{1}{2}\,C_2\,U_2^2} = \frac{C_1\,U_1^2}{C_2\,U_2^2} = \frac{12\,\text{nF} \cdot (160\,\text{V})^2}{6\,\text{nF} \cdot (320\,\text{V})^2} = 2 \cdot \frac{(160)^2}{(320)^2} = \frac{1}{2}$$

Die Energie verteilt sich auf die beiden Kondensatoren im Verhältnis $\underline{\underline{W_1 : W_2 = 1 : 2.}}$

b) Nach der Trennung der beiden Kondensatoren voneinander ist in jedem $Q = 1{,}92 \cdot 10^{-6}$ As gespeichert.
Für die Gesamtladung des Systems gilt daher:

$$Q_{ges} = 2\,Q = 2 \cdot 1{,}92 \cdot 10^{-6}\,\text{As} = 3{,}84 \cdot 10^{-6}\,\text{As}$$

Wenn die Kondensatoren anschließend parallel zusammengeschaltet werden, folgt für die Gesamtkapazität des Systems:

$$C_{ges} = C_1 + C_2 = 12\,\text{nF} + 6\,\text{nF} = 18\,\text{nF}$$

An jeden einzelnen der beiden Kondensatoren liegt nun die Spannung

$$U_{1,2} = \frac{Q_{ges}}{C_{ges}} = \frac{3{,}84 \cdot 10^{-6}\,\text{As}}{18\,\text{nF}} = 213\tfrac{1}{3}\,\text{V}$$

Für die in den einzelnen Kondensatoren gespeicherte Ladung erhält man:

$$Q_1 = C_1 \cdot U_{1,2} = 12 \cdot 10^{-9}\,\text{F} \cdot 213\tfrac{1}{3}\,\text{V} = 2{,}56 \cdot 10^{-6}\,\text{As}$$

$$Q_2 = C_2 \cdot U_{1,2} = 6 \cdot 10^{-9}\,\text{F} \cdot 213\tfrac{1}{3}\,\text{V} = 1{,}28 \cdot 10^{-6}\,\text{As}$$

Die Ladungen, die in den einzelnen Kondensatoren gespeichert sind, betragen $\underline{\underline{Q_1 = 2{,}56 \cdot 10^{-6}\,\text{As}}}$ und $\underline{\underline{Q_2 = 1{,}28 \cdot 10^{-6}\,\text{As}}}$.

Für das Verhältnis der Energien erhält man:

$$\frac{W_1}{W_2} = \frac{\frac{1}{2}\,C_1\,U_{1,2}^2}{\frac{1}{2}\,C_2\,U_{1,2}^2} = \frac{C_1}{C_2} = \frac{12\,\text{nF}}{6\,\text{nF}} = \frac{12}{6} = 2$$

Die gespeicherten Energien verteilen sich jetzt auf die beiden Kondensatoren im Verhältnis $\underline{\underline{W_1 : W_2 = 2 : 1.}}$