

Zugverspätung durch Baustelle

Ein ICE fährt mit einer Geschwindigkeit von $v_{\text{Schnell}} = 216 \text{ km/h}$ auf eine Baustelle zu, an der mehrere Kilometer Schienen ausgebessert werden. Da der ICE diese Baustelle aus Sicherheitsgründen nur mit der Geschwindigkeit $v_{\text{Bst}} = 54 \text{ km/h}$ passieren darf, bremst er zuvor mit der Bremsbeschleunigung $a_B = 0,6 \text{ m s}^{-2}$ auf diese Geschwindigkeit ab. Am Ende der Baustelle beschleunigt er in zwei Minuten wieder auf die ursprüngliche Geschwindigkeit $v_{\text{Schnell}} = 216 \text{ km/h}$. Wegen der Baustelle hat der ICE fünf Minuten Verspätung.

Berechnen Sie die Länge der Baustelle.
(Runden Sie das Ergebnis auf volle hundert Meter.)

L ö s u n g

Der ICE bremst während der Zeit t_B ab. Diese Bremszeit lässt sich mit dem Geschwindigkeit-Zeit-Gesetz berechnen.

$$\Delta v = a_B \cdot t_B \Leftrightarrow t_B = \frac{\Delta v}{a_B} = \frac{v_{\text{Schnell}} - v_{\text{Bst}}}{a_B}$$
$$t_B = \frac{216 \frac{\text{km}}{\text{h}} - 54 \frac{\text{km}}{\text{h}}}{0,6 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} = \frac{60 \frac{\text{m}}{\text{s}} - 15 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{0,6 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} = \frac{45 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{0,6 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} = 75 \text{ s}$$

Mit Hilfe der Bremszeit t_B kann mit dem Weg-Zeit-Gesetz den Bremsweg s_B berechnen.

$$s_B = v_{\text{Schnell}} \cdot t_B - \frac{1}{2} \cdot a_B \cdot t_B^2 = 60 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 75 \text{ s} - \frac{1}{2} \cdot 0,6 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot (75 \text{ s})^2 = 4500 \text{ m} - 1687,5 \text{ m}$$
$$\underline{s_B = 2812,5 \text{ m}}$$

Für die Beschleunigung nach der Baustelle a_{besch} gilt:

$$a_{\text{besch}} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{45 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{120 \text{ s}} = 0,375 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

Für die Beschleunigungsstrecke s_{besch} nach der Baustelle erhält man mit dem Weg-Zeit-Gesetz:

$$s_{\text{besch}} = v_{\text{Bst}} \cdot t_{\text{besch}} + \frac{1}{2} \cdot a_{\text{besch}} \cdot (t_{\text{besch}})^2 = 15 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 120 \text{ s} + \frac{1}{2} \cdot 0,375 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot (120 \text{ s})^2$$
$$s_{\text{besch}} = 1800 \text{ m} + 2700 \text{ m} = \underline{4500 \text{ m}}$$



Der Bremsweg s_B und der Beschleunigungsweg s_{besch} ergeben zusammen die Strecke $s_{\Delta v}$.

$$s_{\Delta v} = s_B + s_{\text{besch}} = 2812,5 \text{ m} + 4500 \text{ m} = \underline{7315,5 \text{ m}}$$

Für diese Strecke benötigt der ICE die Zeit $t_{\Delta v}$.

$$t_{\Delta v} = t_B + t_{\text{besch}} = 75 \text{ s} + 120 \text{ s} = \underline{195 \text{ s}}$$

Ohne Brems- und Beschleunigungsvorgang legt der ICE diese Strecke in der Zeit

$$t = \frac{7315,5 \text{ m}}{60 \frac{\text{m}}{\text{s}}} = 121,925 \text{ s} \text{ zurücklegen.}$$

Allein durch das Abbremsen und Beschleunigen würde sich der ICE um

$$195 \text{ s} - 121,925 \text{ s} = 73,075 \text{ s} \text{ verspäten.}$$

Die Zeit $t_{\text{Bst}} = 5 \text{ min} - 73,075 \text{ s} = 300 \text{ s} - 73,075 \text{ s} = 226,925 \text{ s}$ verspätet sich der Zug beim Vorbeifahren an der Baustelle.

Für die Länge der Baustelle erhält man daher:

$$s_{\text{Bst}} = \Delta v \cdot t = \left(60 \frac{\text{m}}{\text{s}} - 15 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right) \cdot 226,925 \text{ s} = 45 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 226,925 \text{ s} = 10211,625 \text{ m} \approx 10200 \text{ m}$$

Die Baustelle hat die Länge $s_{\text{Bst}} = \underline{\underline{10,2 \text{ km}}}$.

